A．直接的な比例関係〔正比例〕Das *directe Verhältniss*

量的な比例関係の最初の形態は「直接的な比例関係」である。ここでは（例えば y=ax の場合）各数（x と y と a）とは互いに独立な数でどんな定量にもなり得るが、同時に一方（x）の変化が直ちに他方の変化に直結するという点では直接的な比例関係と呼ばれる。この比例関係は一般的な数学用語では「正比例」に当たる。この「A」をヘーゲルは番号を打って 3 つに分けている。

1.「指数」の定義〔1〕〔2〕

第一に、番号「1」に入る〔1〕と〔2〕では「指数」（Exponent）の概念が規定される。この場合の指数とは定量どうしの直接的関係を不変的な同一の量で表すものである

「〔1〕①１．比例関係においては一方の定量の規定態が他方の定量の規定態である。②比例関係は、二つの定量のただ一つの規定態あるいは限界である。③比例関係を欠いている〔場合には〕**二つの定量のそれぞれは、他方の定量の規定態に対して無関心的な自分固有の規定態をもつ。④しかし比例関係の**〔二つの〕**定量がもつのは、ただ一つの共通の規定態、つまり比例関係の指数である。」**（180/300）

二つの定量が比をなす場合、そこにおける「ただ一つの規定態」である両定量の関係性そのものは「指数」として現れる。ヘーゲルの言う「指数」は今現在私たちが使っているものとは意味がずれているから、整理しておこう。

現在では「指数」という数学用語は大きく二つの意味に分けられる。一つは数学上の冪乗における指数、つまり n^2 における 2 を指す。だがヘーゲルがここで言っているのはまだ冪乗のことではないので、もう一つの意味、すなわち変化する定量の数値のなかに現れる一定の比率を表す数のことである。こちらの意味での指数は現在「物価指数」や「不快指数」などで使われている。例えば物価指数の場合、昨年 1 パック 100 円だった卵が今年は 150 円になっていた場合、100 円を単位として 100 と表すと、今年の卵は 150 という指数で表される。200 円だったサンマが 300 円になった場合、200 円を 100 とすると、指数はやはり 150 であり、値上がり金額は変わっても物価指数としては同一になる。100 円や 200 円は単なる定量であり、互いに無関係であり、値上がり分の 50 円と 100 円を単純に比較できないが、物価指数になおすと比較可能になる。――しかしヘーゲルがここで言っている指数の意味はそれより単純で、10：2、40：8、1070：214 はすべて 5：1 という比に帰すが、このばあいの「5」、言いかえれば a：b を b を単位として $k=\frac{a}{b}$ でという分数で表した場合の商である k のことを指して指数と言っているのである。

つまり互いに規定しあう二つの定量の相関関係そのものは比の係数というただ一つの規定態として質的意味をそなえてはいるが、この質的規定態を定量のかたちで表したものがヘーゲルがここで言う「指数」である。――**「〔2〕①指数は、直接的な比例関係〔正比例〕それ自身においては直接的な量的規定、つまりなんらかの定量一般である」**（同）。そして

この指数をつくり出す二つの定量は、一方では互いに規定し合ってただ一つの指数をつくっているが、他方では互いに無関心だという性格を失っていない。この二つの定量が自分たちの無関心性を絶えず否定して相互に規定し合うという振る舞いによって作り出されるものが指数という定量である。その比の両項は「**〔2〕②…無関心的な定量ではなく、それゆえに二つの定量ではなくて、それぞれの定量が自分の規定態を他方の定量のもとにもって**」（同）いて「**ただ一つのもの、つまり単一の指数を作りなしている**」（同）のであるが、それにもかかわらず「**…それらの定量**〔指数の両項〕**そのものがこの統一**〔単一の指数〕**のなかで無関心的なものとしてとして措定されている**」（180/301）。無関心であるというのは比の両項である定量はいくらでも増減しうるということであり、無関心な定量ではないというのはいくらでも変化できるそれらの項が規定し合って変化しない指数をつくることを指している。ヘーゲルは指数をそのような、質的性格と量的性格の直接的な統一としての定量という不安定な概念と規定している。あるいは指数とは無関心態（量）と規定態（質）との矛盾の、量の領域における解消形態だと言ってもいい[1]。

2. 指数における区別〔3〕～〔5〕

第二に、こうした指数の内部の区別項がどのようなものであるかが「2」という番号でくくられた〔3〕、〔4〕、〔5〕で分析される。

そもそも量的であるということは他者に対する質的な区別をもたないということであるから、「質的に規定された定量」というのは自己に矛盾した規定である。それにもかかわらず指数は質的な区別をそなえているとヘーゲルは言う。

「**〔3〕③質的に規定された定量として指数は、自らの区別、自らの彼岸と他在を自分自身のもとにもつ定量である。…⑤しかし定量が自分自身にそなえている区別とは、単位と集合数との区別である。⑥単位はそれ自身が単一で絶対的に規定された存在である。これに対して集合数は規定態のもとで無関心的に行き来すること、定量の外的な無関心性である。⑦単位と集合数は当初定量の契機であったが、いまやこれら契機はどちらも同時に一つの独自の定量として現象している。それらの契機は定量の定在の両規定であり、**〔二つの〕**限定であって、それらの限定のうちで、通常は外面的で無関心的でしかない大きさが互いに対して**〔関係づけられて〕**措定されている。**」（180/301）

定量の両契機は単位と集合数であるから、指数も定量である以上、単位と集合数とを自分の両契機としてもっている。しかし指数においてはこの区別は今までとは違っている。いままでは、一つの定量は自分のうちに契機として単位と集合数とを含んでいる統一であった。これに対して、指数を構成している二つの定量は――本来そのどちらもがすでに単位でありかつ集合数であるにもかかわらず――どちらかが単位として、そしてどちらかが集合数として現れる。例えば、10：5 という比においては、5 が単位であり、10 が集合数だとみなされ、こうした単位と集合数を契機としてもつ指数は 2 という定量となる。ただ

[1] この〔2〕は二版では多少の叙述が他の段落に移されて、削除された。たしかに念押しの説明であり、なくても全体の論理展開に影響はない。

しこの説明は一方の項がただちに単位となる場合にしか通用しない。例えば 15 : 10 と表記した場合には、その両項は 15 と 10 という集合数となる。もちろんどちらも 5 という単位をもっていて、15 は 5 を 3 単位（5×3）、10 は 2 単位（5×2）を含んだ定量である。だから 10 も 15 もそれぞれが単位と集合数を契機とする自立した定量だということになり、一方的にどちらかが単位、どちらかが集合数ということにはならない。だがヘーゲルはおそらく前者 10 : 5 の場合だけを比の完成した形態だと考えているのであろう。その場合、この互いに無関心的な自立した定量どうしが同時に一方は単位、他方は集合数の役割を演じつつ、互いに限定し合って一つの指数をつくりなしているということになる。

ヘーゲルは〔4〕で量的比例関係がこうした二つの契機をもつのは、**「〔4〕①質的な規定態と量的な規定態との統一だからである」**（180/301）と述べている。定量どうしの関係が指数となるためには、二つの定量がどちらも単位と集合数の統一として無関係に自立してしまっていてはだめで、一方の定量が単位（**「②自体的なもの」**）、他方の定量が集合数（**「②無関心的で外面的なもの」**）の役割を演じなければならない。そうなったときに比例関係は**「〔4〕③…定量そのものの内在的な規定態、言いかえれば定量の質であり、それを比例関係の両項は互いに対してもっている」**（同）ことになり、この質を定量の姿で表現しているものが比の指数なのである。――ところでヘーゲルはここで相関の両項に関して、**「〔4〕④比例関係の一方の定量はたんなる集合数ではなくて、この集合数は集合数に対する単位であり、単位として認められるという価値と意味を本質的にもっている。他方の定量も同様にたんなる集合数一般、つまり無関心的な定量一般としての集合数ではなくて、他方の定量が単位である限りにおいて、他方の定量に対するものとしての集合数である」**（同）と言っているが、これは例えば 10 : 5 という正比例を例にとると、5 の方だけが単位の性格をもっているだけでなく、10 の集合数の方も単なる集合数一般ではなく、単位 5 を 2 つ含む集合数、つまり指数が 2 になることを決定する特定の集合数だと言っているのである[2]。

こうして〔5〕では指数の定義がまとめられる。

「〔5〕①指数とは単一の規定態でありながらこうした区別なのである。それは第一に定量であり、だからそれは集合数の項である。②単位として理解されている比例関係の一方の項が数的な一として表現される場合には、他方の項、つまり集合数は、指数そのものの定量である。第二に、指数は単一的な統一、つまり比例関係の両項である〔二つの〕定量の質的なものである。両項はこの統一のなかの契機である。③一方の〔項の〕定量が規定されているならば、他方〔の定量〕も指数によって規定されている。そして、前者〔の定量〕がどのように規定されているかということはまったくどうでもよいことである。前者〔の定量〕はそれだけで規定されたものとして、無関心的な定量としてもはやいかなる意味ももたず、もっぱら指数に基づいている比例関係の規定態を変えることなしに、別のどんな定量でもあり得る。」（181/301-302）

指数は単一な規定態であるが、同時に単位と集合数（そして質的規定態と量的規定態）という二契機を区別項としてもっている。それらの区別を直接的に、単一な定量として表

[2] この〔4〕も二版では削除された。これも念押しの説明であり、ヘーゲルもくどく思ったのだろう。

したものが指数である。①だが第一に、定量である以上、指数もまた一個の集合数として表される。②ところで単位となっている項が 1 である場合、例えば 1 : 5 の場合には、集合数と見なされている項の数 5 は指数そのものがどれだけ集まっているかを直接に表している。第二に、すでに確認されているように、指数は相関する両項が統一されて一つの定量として表されているという意味での質的なものである。③指数が決まっている場合、比例関係の一方の項が決まっていれば、他方の項も自動的に決まる。a ：b あるいは分数 $\frac{a}{b}$ において、例えば指数が 3 で、単位となる項 b が 4 であるならば、集合数となる項 a は 4×3 で 12 と決まる。指数が不変であるならば、12 : 4 は 15 : 5、18 : 6 というようにどんな値でもとることができる。

3- a ．正比例の限界〔6〕〔7〕

最後に番号「3」に入る段落〔6〕と〔7〕では、直接的比例関係・正比例が相関関係としては欠陥をもっている点が指摘され、次の比例関係へと移行する必然性が述べられる。

ヘーゲルはここでは正比例を二つの観点に分けて分析する。第一に、比の両項は「**〔6〕①…本来ただ一つの定量をなしている**」（181/302）はずである。そして比 a ：b においては一方の項の定量 b は単位と見なされ、他方の a は集合数と見なされる。ところがそもそも定量はそれ自身が単独で「単位と集合数との統一」だと規定されていたわけだから、単位と集合数の役割を一方的に割り振られてしまう正比例の場合両項はどちらも「**〔6〕③完全な定量ではない**」（同）ということになる。第二に、両項は差異をもつ定量である限りでは「**〔6〕②互いに対して質的に規定されてはいない**」。その理由は単位の項が変化しても集合数の項は単位の変化と相関的に変化するわけではなく、「**〔6〕④…集合数は、依然として同一の定量にとどまっている**」（同）からだと彼は言う。しかし困ったことにこの一文はこのままでは解釈できない。単位が変われば相関的に集合数も変化するのが比だからである。指数 2 の比の場合、単位が 3 から 4 に変化すれば、集合数は 6 から 8 に変化しなければならないはずである。第二版ではこの文の「**同一の定量**」が「**諸単位の同一の定量**」（2:313/188）に改められているので[3]、これをもとにヘーゲルの言いたかったことを考え直してみると、指数 2 の比において、単位が増えても、集合数はその単位×2 であるということは不変であり、その意味で同一の定量であると彼は言いたかったのだと考えればつじつまは合う。つまり 4 : 2 の比において単位 2 が 3 に増えるのであれば、集合数は 3×2=6 にすればよいだけである。

ヘーゲルは次に引用するようにこの段落において「**⑧集合数あるいは指数**」（181/302-303）という表現をしていることからも推測すると、「集合数」という言葉で単なる「いくつか集まった数」ではなく、「単位がいくつか集まった数」を表そうとしている場合がある。これは方程式で考えれば分かりやすい。y=2x の場合、単位 x は 1、2、3…といわゆる等差級数的に増えていくが、集合数は 2x 分増えるからである。そこで本稿では便宜上、通常の意味での単位を 1 とする集合数（y）を「集合数 I」、そして指数の集合した数（ax）を「集合数 II」

[3] 寺沢訳『大論理学 1 』424 頁注 17 での指摘による。武市訳では「依然として単位の一定量」となっている。

と記すことにする。つまりヘーゲルが言おうとしたのは、指数 2 の場合単位が 3、4、5 と変化するに従って集合数 I（y）は 6、8、10 と変化するが、集合数 II（2x）は 3×2、4×2、5×2 だから「単位 2 つ分の集合数」であることは変わらないということであったと思われる。それならば本来は y=ax においては単位（x）が変化するとともに集合数 I（y）も変化するが、しかし指数としての集合数 II はいつでも x の 2 個分で不変である、と言うべきであったろう。だがこのような不明瞭な文章で彼が言いたかったのは、正比例においては相関の契機をなす単位と集合数 I そして集合数 II がいまだに互いに無関心性をもっていてばらばらになっていて、それが正比例の欠陥だということである。

「〔6〕⑤それゆえに両者〔単位と集合数 I〕**は二つの定量として、互いに質的に規定されてはいない。言いかえれば、両者はこの変化のなかでは定量として振る舞うのであって、そうした変化は比例関係そのもののもとでの否定的な規定ではない。⑥――指数は指数で比例関係の集合数**〔集合数 II〕**にすぎず、否定的な規定を自分自身のもとにもっていない。⑦――他方の項である単位の項が定量である限り、二つの無関心的な定量、つまり指数すなわち集合数そのものとかの**〔単位としての〕**定量が現存しているのであって、しかも無関心的な定量、つまりは比例関係によって規定されていない定量として現存するのである。⑧しかし他方の項が**〔単なる〕**単位と見なされる限りでは、他方の項、集合数あるいは指数は単位によって規定されるのではなく、無関心的な定量一般である。」**（181/302-303）

⑤単位と集合数 I は定量である以上それぞれ勝手に増減できるものであるから、互いに質的に規定しあう間柄ではなく、したがってそれら関係である比から独立に変化できる。つまり 1:2 は 2:4 でも 3:6 であってもかまわない。「単位と指数が互いに質的に規定されていない」というのは、単位は集合数 I を規定して指数を導くが、単位そのものが必然的に指数を決め、比を成立させるわけではなく、集合数 I がいくつであるかによって変わるからである。方程式 y=ax において a を決定するためには x だけではなく y の値も与えなければならない。⑥そうした無関心性を否定するはずの指数も自分自身に自己規定をする原理（すなわち「否定的な規定」＝否定性）をそなえていない。例えば単位が 2 で集合数 I が 10 である場合、2 が 5 つ集合して 10 になるのだから指数は 5 と決まるが、それはあくまでも集合数 I が 10 であることが分かっている場合の話であって、指数が主体的に自己を 5 と規定できるわけではない。⑦だから正比例においては両項である単位と集合数 I とがばらばらであるだけでなく、さらに単位と指数（集合数 II）も無関心な定量として互いに規定し合わないことになる。言いかえれば単位と集合数 I との同一性である指数（集合数 II）が、単位と集合数 I という区別の両項と無関心に区別されていて、同一性（指数）と区別（単位と集合数）との同一性、すなわち媒介された同一性、あるいは 3 つの定量（y=ax における x、y、a）の間に必然的な関係が成立していない。このことが正比例の欠陥あるいは自己矛盾だということがヘーゲルの指摘なのである。

3-b.「反対の相関」への移行

そこでヘーゲルはこの自己矛盾を解消している相関の新しい形態を導こうとする。

「〔7〕②比例関係の両項は単位と集合数として規定されているだけではない。これらの両契機に基づいて両項はただ一つの定量をなす。しかし両項は二つの定量であり、両項が比例関係の単一な統一のうちにありながらこうしたもの〔二つの定量〕であることによって、この統一のうちには本質的に両者の否定性が措定されている」(181/303)。

指数は単位と集合数 I との自立性を否定して自分の契機としている単一な統一であるから、この二つの定量に対して潜在的には媒介された直接態であり、「否定の否定」という否定性をそなえもっているはずである。だから次にヘーゲルはこの潜在的な否定性、媒介運動を顕在化させて、直接的な相関をそうした否定性を備えた相関(「反対の相関」)へと移行させようとする。

「〔7〕③――両項は互いに質的に関係している。しかし質は本質的に否定であって、一方の項が非存在として、つまり他方の項を揚棄することとしてある限り、実際は他方の項ともっぱら他のものとして関わる。④単一な規定態、つまり指数はこのようにして真の規定態であるが、ただしそれが直接的で存在的な定量であるばかりでなく、同時に非存在的な定量であり、また自分の単一性において他のものに対して規定された定量ではなく、それ自体で規定された定量であり、それゆえ自分〔指数〕自身の否定的なものであるという限りで真の規定態なのである。」(同)

定量はその概念規定から言うと互いに外的で無関心なものであって、本来他のものの否定を媒介として自己の規定を得るという性格はもっていない。なぜならそれは質的なものの性格であるからである。しかし定量も比例関係のうちにある場合にはそうした無関心性は否定され、他の項を自分固有の他者と見なして否定的に関わるという質的側面が現わる。そしてその否定性を体現している定量が指数である。だからヘーゲルは、指数は「真の規定態」であると言う。その理由は 1) ここでは定量が「直接的」(=存在的)ではなく、「非存在的」だからだと言う。「非存在的」とは他のものとの関係のなかではじめて存在するという否定性、すなわち媒介されているという性格を指している。2) そしてこの場合指数は、自己の外にある他のものを前提とし、それとの関係のなかでしか存在しないというのではなく、指数それ自体が単位と集合数という両契機を自分一個の概念のなかに含んでいて、否定性あるいは媒介を自分一身に体現している自立した規定態となっている。ここにヘーゲルは移行の根拠を見出すのである。

しかしこれだけではまだ直接的な比例関係・正比例が反対の相関・反比例へと移行するための課題が提示されたにすぎない。それにもかかわらず、叙述はここで終わってしまう。その欠陥をヘーゲルも気づいていたのだろう。二版では最後に長い一段落(「A.直接的相関」の【5】)を追加して反比例への移行の叙述を補っている。それを読んでおこう。

その段落【5】によれば、指数は二つの項(単位と集合数)が一致したものであるから、「①完全な定量」で(2:313/189)なければならない。しかし、正比例において指数は実際は単位であるか、集合数であるかのどちらかである。例えば、単位となる定量 A を 2 とし、集合数 I となる定量 B を 6 とすると、指数となる定量 C はその商 Quotient であるから、3 である。だからヘーゲルは言う。――「②かくして商 C はそうした単位の集合

数である」（同）、すなわち単位となる A の 3 つ分を表しているのが指数 C である。この場合、指数は集合数と捉えられる。しかし、A を集合数と考えると、C の方が単位とされ、単位である 3 が 2 つ分集まって B の 6 となると考えることもできる。だからヘーゲルは言う。「**②この商は、指数として**〔ありながら〕、**それがそうあるべきところのもの――すなわち比を規定するものとして、言いかえれば比の質的な統一として措定されていない**」（同）。つまり指数であるならば「単位と集合数との統一」でなければならないのに、正比例における指数はまだ質的な契機のどちらか――単位であるか集合数であるかという次元にとどまっていて、指数として不完全である。こうしてヘーゲルはこの不完全さを克服する比例関係として、次のものを出してくる。――「**③だからそれら**〔単位と集合数 I〕**は両者のこうした否定とともに措定されなければならず、それによって比例関係の規定にふさわしい、もっと実在的な比例関係が発生する。この比例関係のなかでは指数は両者の積であるという意義をもつ。こうした規定態に従えば、その比例関係は反対の比例関係である**」（同）。

ヘーゲルはこのように二版で移行の叙述を補う。とはいえこれによって納得のいく説明がなされているわけではない。直接的な相関、y=ax の場合指数 a は商$\frac{y}{x}$でこれは指数として不完全だが、反対の相関、$y=\frac{k}{x}$の場合には指数 k は積 xy となるのだが、どうして後者の方がより完全な指数であるのかはまだ明らかにされていない。結局二版の増補によっても納得のいく移行の叙述はないまま、「反対の相関」へと叙述は進んでいく。

Ｂ．反対の比例関係〔反比例〕*Das umgekehrte Verhältniss*

1.「反対の比例関係」: 関係項相互の否定的関係〔1〕～〔4〕

「反対の相関」とは「反比例」なのか

量的比例関係の第二の形態である「B」の位置にヘーゲルが登場させるのは「反対の比例関係」である。全体は 3 つの番号で分けられているが、「1」には〔1〕～〔4〕が含まれている。そして反対の比例関係は「1」の最初の段落で次のように説明される。

「**〔1〕①１．比例関係はいまや、定量の措定された存在が同時にこの定量の非存在としてあるというように規定されている。②反対の比例関係においてはこのことは、同一の定量が存在的なものとして、かつ非存在的なものとして措定されるというように現存している。③反対の比例関係の一方の項は他方の項に対し、一方が大きければそれだけ他方が欠けるというように関わる。④一方の項が増加すればそれだけ他方の項は減少する**」（182/303）。

「直接的な比例関係」は「正比例」なのであるから、「反対の比例関係」は当然「反比例」であるはずである。今日における反比例の定義では、反比例とは 2 つの変数 x、y があるとき、$y=\frac{k}{x}$あるいは k＝xy という式が成り立つ時の関係（k ≠ 0）、あるいは y が x の

逆数（a に対する$\frac{1}{a}$ ）に比例する関係である。――ではこの定義を念頭に置いて〔1〕のヘーゲルの説明を解釈してみよう。

まず①②で言われているのは、定量の措定された存在（単位、集合数、指数）は定量としてはそれぞれが自立した直接的な（存在的な）一定の量なのであるが、しかしいまや同時に自分以外の定量によって媒介された（非存在的な）ものになったということである。これは「A」の成果として理解することができる。ところが続く③④の説明は言葉としては理解できるが、反比例としては理解できない。つまりこれだと例えば 1）A 君が 5 個のリンゴ、B 君が 3 個のリンゴをもっていて、2）A 君が 4 個を失って持分 1 個となり、B 君が逆に 4 個を得て 7 個をもっているような場合も「反比例」だと言うことになる。しかしその場合比例定数は前者 1）の場合は 15 だが、後者 2）の場合は 7 である。また A 君が 5 個失い、B 君がその 5 個分を得て持ち分 8 個になったとしても、A 君の持ち分は 0 個だから、k は 0 になってしまうから、この文章を反比例の説明として理解することはできない。次の〔2〕でもその無理な表現が続く。

「〔2〕①だからこの比例関係のうちにある大きさの一方は、それが自分の他方の単位、すなわち集合数の単位のままであるというように他方の大きさへと連続するのではなく、否定的にそれ〔他方の大きさ〕**へと連続する。大きさの一方は、それ自身が存在する分だけをそれ**〔他方の大きさ〕**のなかで廃棄する。②各々の大きさは集合数として他方の大きさの否定的な大きさである。各々の大きさは、他方の大きさから引き去られている分だけ大きい。③それぞれの大きさはこのような仕方で他方の大きさを含み、そして他方の大きさによって測られている。というのも各々の大きさは、他方の大きさがそれでないような定量にすぎないからである。」**（182/303-304）

ここではこの比の関係においては「集合数の単位」のまま他方の大きさへと関わるわけでないというが、このことは単純に片方が単位 2 つ分増えればもう片方も単位 2 つ分減るというように同じ単位の集合数の変化が起こるのではないとヘーゲルが言っていることは何とか分かる。しかし「否定的に」関わるということの意味は限定して理解できない。「否定的」と言ってしまえば、x が 2 増えれば y は 2 つ減るという意味で受け取られても仕方ないであろう。寺沢氏はここにいくつか注を付け「和と差の関係で考えてはいけない」と注意し、「他方の大きさが$\frac{1}{p}$倍になることは、一方の大きさが p 倍に成ることである」と解説しているが[4]、そのような解釈ができるのは私たちがいまでは小学校で習うような「反比例」の表象をすでに心得ていて、それをここのテキスト解釈に持ち込んでいるからである。ヘーゲルのテキストだけを読んで、ここで言っているのは反比例のことだと素直に理解できる人がいるだろうか。――少し慎重になって、もしかしたらヘーゲルがここで考えている「反対の相関」とは反比例だけではなく、y＝－x のようなものかもしれないと考えてみよう。この関数もまた上の説明にあてはめて理解することは可能だからである。しかしこの関数に指数を付けて y＝－ax としてしまうと、上の説明には当てはまら

[4] 寺沢訳『大論理学 1 』、425-426 頁、注 24-27。

なくなる。それだと x が増えたその分だけ y が減少するのではなく、a を掛けた分だけ減少するからである。

要するに、ここでは外から反比例の表象を持ち込むという（反ヘーゲル的な）やり方をして分かったような解説をするのではなく、ヘーゲルは正比例から反比例を論理的（思弁的）に導出することができなかったと結論するしかない[5]。

補論：第二版での「反対の比例関係〔反比例〕」の「1」の叙述

初版における反比例の叙述は以上述べたように説得力に乏しいとしか言いようがないが、ヘーゲルもそれは自覚したらしく、第二版においてこの節全体をかなり書き換えている。

まず二版で「1」と番号を打たれている部分を見てみよう。ここは初版の「1」とまったく共通性がなく、新たに書き下ろされている。内容は、先の「A」の補足された最終段落を受けて始まる。第一に、正比例の欠陥が繰り返され、**「【1】①いまや、指数が積、すなわち単位と集合数の統一とみなされるという具合に規定態が付け加わった」**（2:314/190）と書かれている。指数が「積」と規定されて、反比例のことを述べようとしているのだということがやっと分かるようになった。続く段落ではこの場合の指数もやはり定量であることが指摘されるが、**「【2】②しかしこの定量は、他の定量の一**〔単位〕**に対して固定的な集合数として比例関係のうちにあるのではない。先行する比例関係**〔正比例〕**においては固定的な比例関係のうちにあったこの定量は、いまやむしろ変化するものとして措定されている」**（同）。正比例 y＝ax において係数 a は固定した定量であったが、反比例$y=\frac{k}{x}$においては単位となる x に応じて k は変化する。さらに続く段落では**「【3】①…一に対して集合数そのものが変化する」**（同）となっており、この「対して」を「逆数的に」という意味にとることができるかもしれない[6]。そして**「【3】③これをもって、目下の**〔反対の〕**比例関係においては、指数は、規定された定量としては、自己に対して否定的に、比の定量として、したがって限界としての質的なものとして措定されている。それゆえに質的なものがそれだけで、量的なものと区別されて登場する」**（同）と述べられる。単位と集合数の積であり、可変的であり、反対の関係にあるというこの説明から、私たちはようやくここでヘーゲルが念頭に置いているのが反比例なのだと確信することができる。そして、比がそのように特徴づけられたことによって、比は量的性格を超え、変化する量的なものでありながら、その変化を通じて変化しない自己同一性（k=xy）をもつものと規定される。こうして量のうちに自己同一性＝質が回復してくることをヘーゲルは強調する。もちろん初版においても量における質の回復という展開は同一であるが、二版では質の回復への言及が増え、強調されて、より理解しやすくなった[7]。

反比例としての解釈

こうして二版の叙述を参考にしてようやく私たちはこの節を反比例について述べたものとして理解する資格を得ることができた。以下、そのつもりで解釈していこう。

---

[5] そしてそれはここに出てくる数学的概念の基礎づけが論理だけで可能なのか、すなわち数学＝論理学なのか、それとも論理以外の直観が必要なのかという問題を提起することになる。

[6] 山口訳でははっきりと「この一とは逆に変化する」と訳されている。山口訳 343 頁参照。

[7] ウルガットは初版の間違いは二版で正されたとより肯定的に捉えている。Houlgate (2014), S.27-28 を参照。筆者もこれまで初版の方が優れているとたびたび述べてきたが、この反比例の部分に関しては、二版の説明の方が優れていると思う。

「〔2〕④――各々の大きさの他方の大きさへの連続性が、この〔反対の〕比例関係における単一性という契機となっている。⑤一方の定量は他方の定量の非存在である。それだからどちらも無関心的な定量ではなく、それ〔各々の定量〕は第一に自分自身としてあり、第二に否定されたものとしてあり、かくしてそれは他方〔の定量〕である。⑥それ〔一方の定量〕が自分自身としてある限り、それは他方の定量の否定である。」（182/304）

ヘーゲルがここで主張しているのは、「反対の比例関係」が単一であるということ、そしてその両項が互いに否定的な関係になるということである。「直接的な比例関係」・正比例は単純に一項の増減分が他項の増減となるような相関関係ではあったが、そこでは比の両項は独立した定量という資格を保っていた。「反対の比例関係」においてはそのような両項の無関心性が否定されて、両項は自分の存在のための前提を他方に負う関係になっている。そのことをヘーゲルはここで一方が他方に対して「非存在」であり、それぞれの項が自分自身（自立的＝肯定的）でありながら否定されたもの（媒介されたもの）であり、一方は他方の否定を通じて自分自身の存在を獲得するのだと説明している。つまり「反対の比例関係」においては両項は互いに規定しあい、否定しあい、一つの媒介関係の両契機となっているということである。

ところで、一般に「反比例」において成立しているのは、両項の一方が 2 倍、3 倍と変化するにつれて他方は$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$というように逆数となる関係である。たしかにこの引用文で述べられた相関関係においては、ヘーゲルの言う通り単一性という契機が強まってはいる。しかしその関係を「逆数」としてはまだ理解できないが、この後に及んでそうした疑いをかけ続けることは不毛なので、あくまでもここで反比例のことが問題になっているとする。そう決めてしまえばこの〔2〕もそう難しいことを言っているわけではない。反比例の関係においてはその両項は互いに「逆数」という意味での否定的な関係にあり、一方が p であれば、他方は$\frac{1}{p}$だけ否定（廃棄）されている（①②）。そのような逆数として両項は関係しあうので、一方の大きさが分かれば他方の大きさもそれによって測ることができる（③）。反比例においては両項の相関性はこのように強まっているので、そこだけ取り出して考えれば両項 p と$\frac{1}{p}$の間には単一な統一性が成り立っていて、互いに否定しあい規定しあうという意味でどちらも一つの定量でありながら、他方の否定、非存在としてしか存在しない定量であると言うことができる。他方の否定であることが自分の同一性であるという関係性がここでは確立している（④⑤⑥）。

両項の必然的関係性

続く〔3〕でヘーゲルが強調しているのは、この「反対の比例関係」が「外的反省」の働きである比較によって成立するものではないことである。反比例において重要なのは、あくまでも比例の両項そのものの間に必然的な関係（単一性＝質的性格）が成立していることなのである。そのことが続く〔4〕で展開される。

「〔4〕①だがそれら定量の否定的関係、つまりそのなかで二つの定量が反対の比例関係〔反比例〕のうちにあるところの関係にあっては、他在は〔自己に〕固有の制限であり、また非存在は欠如にして自己との自分固有の比較の〔そなえる〕当為である。②定量はその〔否定的関係〕のなかで他の定量をもつ。ただし定量自身がそれ自体としてこの他の定量ではあるが、しかし同時にそれ〔他の定量〕の非存在としてあるというように自己に対立させてこの他の定量をもつのである。③したがって一方の定量の変化は二重化された変化であって、この二重の変化は第一に存在的な定量としてのそれ〔一方の定量〕の変化であり、同時に自分の他方の項、つまり自分の非存在ないし他の定量の変化である。しかし第二に、それによって一方の定量の存在に成るところのものは、他方の定量の非存在である。したがってそれは本来的には、直接的な比例関係〔正比例〕におけるようにそもそも一方の項である単位だけが変化するのではない。」（182-182/304-305）

まず、①反比例における両項は逆数の関係になっているのだから、自分の存在が他の項（非存在、欠如）に必ず連動している。このことをヘーゲルは他方が「固有の制限」になっていて、その相関関係は外的反省による比較によって成り立つのでなく、事柄そのものが備えている当為の運動であると言う。「当為」だということは、両項の統一は永遠の課題となったまま成立しないということであるが、しかし一方の他方に対する関係の必然性は成り立っているということである。②においては互いに他に対する非存在として区別される二つの定量がそれ自体で一体であると言われている。$\frac{1}{2}$という定量は絶対に 2 という定量ではない（2 の非存在である）のだから他者のはずなのであるが、その他者どうしがそれ自体で他の定量だというのは、2 も$\frac{1}{2}$も相互の逆数の関係のうちにあって分離できないからである。自己に対立する他者のことをそのまま自己である とい言い方で関係づけるのは「存在」の領域における表現の特徴である。③は今までのまとめである。定量の変化が二重の変化だと言うのは、第一に、反比例の両項が連動して変化することである。一方が 2 倍、3 倍になれば他方は$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$になる。だが第二にと言われているところで、**「一方の項である単位だけが変化するのではない」**という言い方は唐突かつ簡潔すぎてその意味がよく分からない。おそらく正比例の場合には比例の両項をなす単位と集合数 I とが互いに無関心で勝手に定量として増減したが、反比例にあってはかならず両項の積は一定でなければならず、単位と集合数 I とは相関的に変化するということを言おうとしたのであろう。

2. 限界としての指数〔5〕〔6〕

次に「2」と番号の打たれた二つの段落に入るが、ここでは反比例における指数の性格が説明されている。まず〔5〕では「1」の結論が確認される。反比例においては一方の項

はそれ自体では数としての意味は持たず、他項（自分の非存在）と連動してはじめて統一の契機として意味を持つ規定態となる。その意味で「他者が自己である」という弁証法的統一を体現している。そして〔6〕ではこの一体性が「指数」であることが述べられる。

「〔6〕①一方の定量はこうして自分の他のものである定量と一緒になって一つの領域をつくりなす。二つの定量のどちらもそれ自身がこの全体である。②この全体はそれゆえにここでは指数である。③指数は限界であり、この比例関係の単一な規定態である。④指数は第一に直接的な定量としてのこの比例関係の単一な規定態である。⑤こうして指数は何らかの無関心的な大きさ、存在的な定量としての全体である。⑥というのも量的な比例関係は一般に、定量を自分の基礎としているからである。⑦――指数はこの直接的な規定態においては自分の比例関係の両項の限界であり、その限界の内部で両項は対峙し合って増減するのであるが、しかしその限界を両項は超え出ることはできない。⑧指数が両項の限界、両者の非存在になっている。というのは指数が存在的な全体であるが、しかし両項は、ある部分では存在的で、他の部分では非存在的であるようなありかたでのみ全体であるからである。」（183/305）

まず、①反比例の両項はどちらも他方を必須の契機とする全体であり、この全体が「一つの領域」を形成する。「領域」というのは、一方の項が変動するにしたがって他方の項も変動し、一枚の紙の上に書き表される関数のグラフのことを思い浮かべればよい。②この両項の全体性を一つの定量で表現したものが「指数」である。ヘーゲルがここで「指数」と言っているのは反比例$y=\frac{k}{x}$でおける k のことである[8]。例えば y=$\frac{6}{x}$の場合には x：y は 1：6、2：3…となるが、k＝xy＝6 は不変である。③で彼はこの反比例における「指数」を、「限界」そして「比の単一な規定態」だと定義している。④⑤⑥第一に、「単一な規定態」だというのは、指数が k という一つの直接的な定量としてあらわされることを指している。⑦第二に、指数が「限界」だというのは、例えば$y=\frac{3}{x}$おいては x と y とがどんな値をとろうとも、xy は常に 3 であって、指数 3 が全体、x と y はその契機だという意味で、指数 3 は x と y との限界となっているということである[9]。⑧こうして指数は両項によって構成されるが、しかし両項のそれぞれとは別の定量（非存在）である。そして先

[8] 現在の数学教育では正比例 y＝kx の場合の k を「比例定数」と呼ぶが、反比例 y=$\frac{k}{x}$の場合には――中学校ではそれも「比例定数」と教えることがあるにもかかわらず――この名称は数学者の間では必ずしも一般的でない。それに対する特定の名称は決まっていないようで、もちろんヘーゲルのようにそれを「指数」とも呼ばない。

[9] 寺沢氏は訳注で「k＝ab において b＜1 ならば a＞k となるので、指数は決して両項が超え出ることのできない限界である、ということにはならない」と指摘する（寺沢訳 426 頁、注 31）。一般的にはそう言えるが、k＝0 と置かれないということは前提となっているとしても、ヘーゲルは負数のこと、b＜1 になる場合は想定していないの。そのことは前の拙稿で推理したことである。「現代社会を理解するための『大論理学』注釈（６）第一部・『第一書　存在』 その４「量」（初版）への注釈（上）」、所収：「ヘーゲル論理学研究」第 25 号、2019 年、105-166 頁。

に①では反比例の両項はそれぞれが全体であると言われていたが、しかし一方の項が「存在的」（直接的、例えば 3）であった場合、他方の項は「非存在的」（例えば$\frac{1}{3}$）という独自の数であり（もちろん$\frac{1}{3}$の方を存在的、3 を非存在的と呼んでもいい）、相手方の契機は背後に隠れていて、全体として実際に現れているのは指数のみである。

「〔6〕⑨こうして指数は両項の彼岸であって、両項はそれに無限に接近しはするが、しかし到達することはできない。⑩そうした無限性において両項は指数へと接近するのであるが、この無限性は無限進行という悪無限性である。この無限性はそれ自身が有限であり、自分の反対のものによって制限されていて、それゆえにそれは接近であるにすぎない。というのも両定量の一方は他方を克服して全体に到達することはできず、こうした自分の否定、自分の他者によって触発され続けるからである。」（183/305-306）

ヘーゲルによれば、ここでは指数は反比例の両項の「彼岸」、すなわち無限に接近できるがそこに到達できない数である。反比例の指数は単純に x×y で簡単に求めることができるのであるから、なぜ彼がこのように言うのか理解するのは難しい[10]。おそらく彼が問題にしようとしているのは、反比例の両項は正比例に比較すれば両項の結び付きは緊密化し、互いに他項なしでは無意味な相関になってはいるが、それにもかかわらず両項の全体である指数そのものと両項のそれぞれは別の数であって、全体とその両契機との間にはなお外面性が残っているということなのであろう。つまりその外面性とは、反比例においても、両項は指数とは無関係に悪無限的に増減することができてしまうということである。$y=\frac{2}{x}$での場合指数は 2 であるが、両項 x：y は 1：$\frac{1}{2}$、2：1、3：$\frac{2}{3}$、4：2…というように、定量の比として無限のヴァリエーションで表すことができる。こうした無限のヴァリエーションでしか表せないために、それは無限進行であり、「到達できずに接近することしかできない」と言ったのだと考えることができる。指数 2 が各々の比の真理だと言っても、比の両項は常に 2 とは違う他の定量である。両項が指数 2 を生み出すためには、互いにたえず関係（「触発」）しあい、その生成運動はどこかで止まるということはない。それが指数は彼岸だと言われていることの意味だと考えることができる。

「〔6〕⑪しかし悪無限性はここではそれの真にあるところのものとして、つまり、たんに全体である指数の契機としてのみ措定されている。⑫同時に悪無限性は揚棄されており、彼岸に達している。というのもその領域は、二つの大きさそれぞれの彼岸と此岸との統一であるからである。各々の大きさの彼岸は他方の大きさであり、そして各々の大きさは自体的には自分の他方の大きさであり、各々の大きさが自体的にはこの全体なのである。」（183/306）

---

[10] 「無限の接近」という言葉は微分計算の時に使われる「無限小」の概念を思い出させるが、なぜヘーゲルがここでこの表現を使うのか、真意は分からない。

だが⑪この悪無限である無限進行はやはりはっきりと真無限としての指数の契機に落とされていてそのなかに論理的に位置づけられている。⑫というのも、x も y も 2 とか 5 とか何か具体的な数値を採っているときにはそれ単独では意味をなさないが、他方と統一され xy となったときには全体としての指数という「彼岸」に達することができるからである。この意味でのみ両項の無限進行は破棄されていると言うことができる。つまり x とは実はすでに xy の契機としてしか存在せず、y もまた同様である。どちらの側から見ても実はすでに他方と統一されて指数という彼岸に達しているというわけである。

補論：第二版での「反対の比例関係」の「２」の叙述

この初版でわずか 2 段落であった「2」の部分は二版においてやはりかなり加筆され、4 段落となり、分量も倍以上に増やされている。だが初版の〔6〕の内容は⑦以下が二版の 4 つ目の段落とよく一致していて、叙述の内容の核心に関しては大きな変更はない。

二版での叙述の特徴は先の「1」の場合と同様に、反比例の質的性格が前面に出されていることである。その冒頭では「1」を受けて**「2.直接的でない相関**〔反比例〕**のこうした質的な本性がもっと詳細に、すなわちそれが実在化されていくなかで考察されねばならないし、そしてその中に含まれている肯定的なものと否定的なものとの絡まりが解きほぐされなければならない」**（2:315/191）という言葉で始まる。そして今や定量は二つの定量の**「質的な規定態」**（同）であって、それは**「単位と集合数との統一、それら**〔単位と集合数〕**を自分の因数とする積」**（同）である。一方ではこの自己同一的なもの、すなわち「指数」は肯定的なもののであるが、他方でそれは二つの定量の自立性を否定した統一であるという点では否定的なものである。――このような調子で比較的丁寧に反比例の指数、つまり比例定数 k が解説される。次の 2 つめの段落ではこの指数の両項が互いに制限しあい、規定しあい、否定しあう関係になっていることが述べられ、さらにその次の 3 つ目の段落ではそれらの契機が指数という全体を自分たちの限界としていることが説明される。総じて解説が丁寧になっていて、その分誤解されにくくなっていることは叙述の改善と言えるだろう。しかし、この「2」の核心は初版の〔6〕であるので、ここが二版でも 4 つ目の段落で内容的に一致するわけだから、両版の論理に大きな違いはないと言える。

3. 反比例における指数――両項にとって媒介された全体であるが同時に他者

最後に「3」と番号が打たれた部分に入ろう。最初の段落〔7〕はこれまでの復習にすぎない。そこでは反比例が**「〔7〕否定的な相関」**（183/306）と言われているが、そのうちにある二つの定量は、それ自体としてはどちらも単に増減する量にすぎず、それらの区別が意味を持つのは**「領域全体」**（184/306）との関係におかれたときだけである。この「領域全体」とは関数のグラフを作り出す原理となる指数のことを指していると思われる。そのうえで〔8〕ではその指数と両項との関係が規定されている。ここでヘーゲルはこれまでの規定を確認しながら、全体としての指数は直接的定量であると先には（〔6〕④）述べていたが、ここでは**「〔8〕②…単に直接的な定量にすぎないのではなくて、自分自身のもとでさしあたって二つの項へと区別された存在である」**（184/306）と言い直す。そしてその両項のどちらもが自分だけですでに他方との統一を表すものとして潜在的にはその統一

の全領域と等しいことを確認する。そして「**〔8〕③そのことによって全体そのものが二重の仕方で措定されている**」（同）と言うが、二重とは次のことを指している。

「**〔8〕④――第一に、全体は両項の総和であり、両項が存在する定量である限りにおいて、存在的な定量全体である。⑤しかし第二にこの全体はまた否定的なものとしてもある。⑥というのも両項のどちらもが欠如であり、言いかえれば他方の項の否定された存在としてあるからである。どちらの項も他方の項が欠けている分だけ大きい。⑦それだから全体もまた同時に当為として、つまり否定されたものとして措定されている。⑧…各々の項は外的反省において他方の項の非存在であるにすぎないのではなく、各々の項の一方の非存在が他方の項であるというこのことがここではそれぞれの項の価値である。したがって両項が、そしてこのことによって全体が、一つの非存在として措定されている。**」（184/306-307）

一方では（「第一に」④）、指数という全体は比例関係の両項の統一（「総和[11]」）としての全体であり、両項が直接的な（「存在する」）定量であるから、その全体としての指数も直接的な定（存在する）量（例えば $y=\frac{3}{x}$ における指数 3）になっている。他方では、指数は直接的であるだけではなく逆に媒介されたものでもある。⑤ではそのことは「否定的なもの」と表現されている。理由は⑥で言われている通り、反比例の両項は他方とワンセットになってはじめて意味を持つからである。⑦そしてこの場合指数は完全に自立した定量ではなく、両項が媒介された結果として到達されるべき目標――「当為」という意味を帯びている。⑧比の両項はたがいに規定しあってはじめて意味をもつ定量であり、指数はその結果として初めて実現されるものでしかないから、存在と非存在、自己と他者、直接態と媒介との統一であり、直接的なもの（存在）ではなく、一つの媒介されたもの（非存在）なのである。

このような指数の二重性を彼は「**〔9〕①だがこうして第三に、この存在と非存在とは一個同一のものである**」（184/307）と総括し、指数が反対の比例関係の両項の自立性を否定し、契機として含む統一、すなわち媒介された直接態がここに成立していると結論する。「**〔9〕③…各々の項の一方の非存在が、他方の項があるものをなし、また揚棄された存在はこの相反性のうちでは揚棄されたものの定在である**」（同）。こうしていつもの弁

---

11 反比例の場合には指数は両項の積 Produkt であるはずだが、ヘーゲルはこの引用文で総和 Summe という言葉を使っている。先の「注解」で見た通り、分数ならば級数の総和だという言い方も成り立つが、逆数どうしの積は別に分数にはならない。渡辺氏によれば、これはオイラーが使った表現だという（渡辺 2004、99 頁）ことである。ヘーゲルのこの言い方は一貫していて、後ではこういう表現も出てくる。「**〔4〕②また反対の相関・反比例においても指数は総和と見なされており、たしかに媒介された定量ではあるが、しかし同時に無関心的な定量にすぎない〔と見なされている〕。あるいは、総和の〔そなえている〕端的に可変的な両項の一つに対する総和の関係として捉えられるならば、指数はこの端的に可変的な定量にすぎない**」（185/309）。【18】）。ヘーゲルはこのことを念頭に置いてここでも総和と言っていると考えるしかないだろう。

証法論理を駆使してヘーゲルはここで指数 k=xy が媒介された直接態（定在）であることを指摘する。「定在」というカテゴリーは質を表しているが、ヘーゲルの意図は反対の比例関係において量のなかに質の回復が始まっていることを示すことにある。（ただし、完全な回復は冪比例関係において果たされる。）

「〔**10**〕**①だから現にあるところのものを成り立たせているのは以下の点である。すなわち、比例の指数、一つの直接的な定量が自分の非存在として、他者として存在するということ、ところがこの他在が指数そのものであるという点である。②**〔指数としての〕**定量は自分の他在のうちへ入り込んで自己を連続させる。また否定は或る他在にすぎず、その他在のうちで定量は根底にある領域として自己を維持し、そしてこの他在のうちで統一であり続けるのである。**」（184/307）

指数はそれ自身が或る直接的な定量であるために、自分自身の区別される両項である二つの定量（単位と集合数 I）に対して他者あるいは「非存在」として現れる。ところが②で「定量」と言っているものは、最後にそれが「根底にある領域」と言われていることからも分かる通り、指数のことであり、「他在」というのはここでは区別された両項のことである。同じ術語の指すものがくるくる変わるので注意が必要である。つまりここで言っているのは指数とは、$y=\frac{3}{x}$においては x と y がどれだけ変化しても指数は xy＝3 にとどまるように、区別された両項の定量が変化してもそれらの根底にあって不変のまま自己を維持する統一だということである。

冪乗の比例関係への移行〔11〕～〔14〕

最後の 4 つの段落でヘーゲルは反対の比例関係を「冪乗の比例関係」へと移行させる。

〔11〕でヘーゲルはこれまでの展開を総括して、「**〔11〕①かくして、自分の規定通りに現象している反対の比例関係は揚棄されている**」（184/307）と言うが、その理由は②以下で説明される。――彼は反対の比例関係のあり方として以下の二点を挙げている。すなわち 1）「**〔11〕②…定量が自分の他者に、その他者が自分の非存在でしかないというように、関係するとされていること**」（同）、そして 2）「**定量の彼岸の肯定的なものが自分とは相異なる定量であるとされていること**」（同）である。つまり、1）反比例においてはその両項が p と$\frac{1}{p}$として互いに逆数（自分の非存在）の関係にあり、互いに無関心的な区別ではない。2）反比例の両項 x、y は区別された定量にすぎないが、その両者の統一を指数にもっている。ところで指数 k もまた一つの定量にすぎない。しかし x と y がいくらでも増減しうる定量であるのに対して、指数 k は常に一定であるから、xy とは違う定量であり、他者という意味で非存在である。「**〔11〕③しかし、無関心的な限界であるという定量の本性は、それだから**〔いまや〕**この非存在、すなわち絶対的な限界を揚棄しまっていること、そしてこの非存在・絶対的限界のなかで自己を維持しているということなのである**」（184/307）。定量の限界とはいくらでも自分の限界を超えて増減できるという

無関心性のことであったが、いまや指数として増減する定量（比の両項）のなかに自己同一性を保つ定量が限界として登場した。これを受けて〔12〕ではこう彼は言う。

「〔12〕したがって反対の比例関係〔反比例〕とは、自分の制限、自分の他在を揚棄してしまった当為のことである。〔それは無限性であるが、〕**彼岸としては同時に消失しており、かつ自分の此岸との統一へと還帰しているような無限性である。」**（184/307-308）

ここで反対の比例関係に最終的な定義が与えられている。反比例における指数 k という統一は、両項である定量が互いに相手と結合することによって成立するのであるが、しかしその両項 x、y が掛け合わせて k になりさえすればどのような数にも変化できるという視点から見れば、指数はやはり両項の他者であり、一致することのない「当為」であるとされていた。ところが他方で指数は変動する両項の量の中でいつでも成立しているので、反比例の両項と指数（彼岸）との他者性は否定されていて、両項の目指す目標あるいは当為は常にすでに実現しているとも言える。だから反比例における他者とか彼岸とかいうものは常に消失して統一へ還帰してしまっているわけである。

この論理でヘーゲルは反対の比例関係を新しい比例関係へと移行させようとする。

「〔13〕①定量はこのようにして自分の他在へと連続するがゆえに、自分と自分の他在との統一である。②定量は自分の他在の根底にあって、他在の統一である。③かくして直接的な比例関係〔正比例〕がふたたび産み出されたのである。④しかし同時に〔産み出されたと言っても〕、**他者が或る直接的な定量ではなく、端的に自分の規定態、自分の他在を統一そのもののうちにのみもっているといったように**〔産み出されたのである〕。」（184-185/308）

「〔14〕比例関係は冪乗の比例関係 Potenzverhältniß へと移行している。」（185/308）

まず〔13〕①②で指数である定量は項としての両定量を統一する定量であると結論される。そこまでは理解可能として、難しいのは③でいきなり直接的比例関係・正比例の回復が説かれることであるが、そうやらヘーゲルはここで説明抜きで「導関数」のことを念頭に置いているらしい。例えば放物線の方程式 $y=x^2$ を微分すると $y=2x$ という導関数が成立するが、これは 2:1 と表すことができるから、正比例の回復だというわけである。

同様に〔14〕でいきなり冪乗の比例関係へと移行すると言われるのはまったく説明不足としか言いようがないが、ヘーゲルはこの発展した媒介関係は指数が単位と同じ数になるという関係において完成されると考えている。それが冪乗のかたちであって、$y=nx$ が $y=x^n$ というように、指数が x の係数から本来の指数になる。なぜなら冪乗 x^n において指数 n は単位 x がいくつ掛け合わされるのかを表しており、単位に無関心な数ではないからである。この冪乗の関係においては単位が増えればそれに比例して集合数 I も増えるという関係が再び成り立つわけだが、その意味でも彼は正比例がふたたび産み出されたというのであろう。彼の論理の形式で言えば、ここで同一性（指数 n）と区別（単位 x と集合数 I である y）との同一性が成立したということになる。n にとって x と y とはもはや無関心な定量ではなく、自分を構成する両契機であり、指数自身が規定された数に他ならない

から、指数はいまやそうした規定態・区別・他在を自分の統一そのものの内にもっている。ヘーゲルがここで反対の比例関係を冪乗の比例関係へと移行させる理屈は以上のようなことであろう。しかしこの移行が論理的に成功しているとは言えない。いま言えるのはヘーゲルが冪乗の比例関係を量的真無限の最高形態として位置付けることを意図しているということだけである。

第二版での「反対の相関・反比例」の「3」の叙述――移行の新叙述

さて、二版ではここ「3」の部分は全く痕跡も残らないほど書き替えられてしまっている。以上のような移行の叙述が説明になっていないことをヘーゲルも認めたということだろう。それは三つの段落に簡潔にまとめられた（ただし最後の段落は 1 行だけである）。

その最初の段落では、項となる二つの定量に対して、制限となる第三の量（指数）があると言うが、その第三者に関してこう規定している。――**「この**〔項となる二つの定量の〕**変化はここでは、固定的な限界としての質的なものに対立してしていて、それらの固有性である。それらは変化量の規定をもっている。それに対して、先の固定的なものは無限の彼岸である」**（2:317/194）。一読したところ、初版と変わらない三者の関係を述べただけに見えるが、初版にない「変化量」という概念がさりげなく、しかし強調されて滑り込まされている。不変の指数に対して項となる定量は増減しうることを表しているが、それをわざわざ「変化量」と規定したことには、次の冪比例関係の章における変化量 x､y につなげようという意図が見える。ただし反比例の関数における両項を微分計算の変化量へと結び付けることに必然性はないので、この加筆で叙述が改善されているとは言えない。

そして次の長い二つ目の段落でこれまでのことが総括される。ヘーゲルは指数という質的なものが成立したことの意義を二つ挙げている。すなわち、

1.**「一般に指数としての全体は、二つの項が相互に制限しあうことの限界となっていて、それゆえに否定の否定、したがって無限性、自己自身にたいする肯定的な振る舞いが措定されているということ」**（2:317/195）、

2.**「自体的には指数はすでに積として単位と集合数との統一であるが、しかし二つの項のどちらもこれら二つの契機の一方にすぎず、それによって指数はそれらを自己の内に含んでいて、それらのうちで自体的に自己を自己に関係づけているということ」**（同）

1 では指数が二つの定量を統一した「否定の否定」としての肯定的なものであることが確認されるが、2 ではその統一がまだ自体的＝潜在的であることが指摘される。そしてこれにこういう文章が続く。**「しかし区別は反対の比例関係〔反比例〕においては量的存在を外面性とするところまで発展している。質的なものは単に固定的なものであるだけではなく、また両契機を直接自己の内に含むというだけではなくて、ばらばらである他在のなかで自己と合致して現にある」**（同）――つまり反比例における指数は両項を統一した全体ではあるのだが、その両項は量的存在としてこの質的性格を獲得した指数にとって外的なものにとどまるという点で完成された統一ではないこと、言いかえれば「自体的に」しか完成していない。ということは、移行はこの統一が自体的にではなく、対自的＝顕在的に完成される（措定される）ことによって果たされるはずである。そしてその顕在化の根拠は二つの定量が反比例においてすでに x×y という積のなかでしか存在しえないということを通じて自己の外面性を、したがって量の無限進行を否定していたことに求められている。こうして指数は**「すなわち同時にそれ自身が定量一般であり、二つの定量のうちでもまた明示されており、それだからそれら定量が無関心的に存立していることを否定しつつ自己を維持し、自己と合致し、そうしてそのように自**

己を越えていくことを規定するものとして措定されていなければならない」（2:317-318/195-196）。こうして自分の契機であるはずの二つの定量を完全に内的な契機としてもつ比をヘーゲルは登場させる。それが「冪乗の比例関係」である。

二版でのこの書き換えにおいては、契機であるはずの二つの定量の外面性を否定し、完全な統一としての指数の概念を確立するという論理に変更はない。しかし初版に比べて説明が少し明快になったという利点はある。ただしこの論理によって冪比例への移行がヘーゲルの論理に従って説明されたとしても、数学的に納得のいく説明でないことには変わりはない。ヘーゲルも最初からそこに自信がなかったからこそ、書き直しをしたかったのであろう。

Ｃ．冪乗の比例関係　Potenzenverhältniss

1．冪乗の概念――単位と集合数との同一性〔1〕～〔4〕

では、冪乗の比例関係（冪比例）とは何なのか。それは「1」と番号が打たれた 4 つの段落で規定される[12]。彼は冪比例を正比例と反比例の欠陥を越えた第三の比例関係と位置づけるのだが、どのような欠陥が克服されたのかについては、こう言っている。

「〔1〕１．…冪乗の比例関係は、一面では直接的な比例関係〔正比例〕につきまとっている外面性を、すなわち定量（単位であるところの定量）の規定の、他の定量（集合数ないし指数であるところの定量）に対する無関心性を揚棄してしまった。――そしてまた、対置された非存在、つまり反対の比例関係〔反比例〕の抽象的に質的な規定態を揚棄してしまった」（185/308）。

第一に、ヘーゲルによれば正比例 y＝ax の欠陥とは、単位 x と指数 a とが連関性をもたない別の定量であることにあった。第二に、反比例$y=\frac{k}{x}$の欠陥は、たしかに指数 k は常に同一の値をとる質的性格を獲得してはいるが、なお量的性格を残しているし、単位 x はそれとは独立の定量のままであることにあった。〔2〕〔3〕〔4〕では、それに対して、冪乗の比例関係 $y=x^n$ がそうした欠陥を超えたものであると言われている。

---

12 「冪乗」に当たるドイツ語は Potenz である。この言葉は当時の自然哲学やシェリング哲学においては自然界における存在者の次元の違いを表現する用語として使われ、その場合には「位相」、「展相」などと訳され、あるいは「ポテンツ」とそのまま使われる。数学の場合には「同一の数を何回も掛けあわせること」を意味し、「冪（べき）」、「冪乗」と訳される。日本語としてはもともと使われていたのは「冪」であった。それが当用漢字にないという理由で戦後の学校教育の場では「累乗」が使われるようになったが、現在でも数学研究の世界では「冪」が使われているとのことである。というのも厳格に言えば「累乗」は「指数が整数（自然数）の場合の冪」と定義されているので、広い意味で使う場合には「冪」が正しいからである。ところで、読者もほとんどは「累乗」と習ったはずであり、かつまたヘーゲルは冪指数としておそらく整数しか考えていないので、いまや「関数」を「函数」（当用漢字にない）と書く人もほとんどいないなどのことも考れば、「累乗」と訳す方がいいとも考えられる。しかし数学の世界では「冪乗」の方が普通に使われるということであるから、そちらを訳語として採用した。なお以下では「冪乗の比例関係」を簡単に「冪比例」とも記すことにする。

「〔2〕②いまや冪乗の比例関係においては、自分自身のもとで集合数であるところの単位が同時に単位としての自己に対する集合数なのである。③言いかえれば、他在、すなわち単位の集合数が単位自身なのである」（185/308）。

「〔3〕①定量〔単位〕は、それが他のもの〔集合数 II＝指数〕となる限りにおいて、自分の冪乗へと高まる。しかしこの自分の他在〔指数〕は同時に純粋に自己自身〔単位〕によって限界づけられている。②定量は、それが直接的な比例関係〔正比例〕においては単位である限りにおいて、集合数の単位でもある。集合数そのものであるところの側面は、自分のもとに定量の区別をもっていて、その側面は諸単位の集合数であり、諸単位は集合数、しかも最初の側面であるところの集合数である。③しかしこの単位であるところの集合数から第二の側面の集合数は区別されている。第二の側面は指数あるいは直接的な定量である。④だが冪乗においては、他在、つまり比例関係において集合数としてある方の側面は、集合数の単位であるかぎりでの集合数から区別されることはない。あるいは逆に、冪乗とは、その集合に関してそのどれもがこの集合そのものであるような集合である。⑤このことによって同時に冪乗は反対の比例関係〔反比例〕の契機を含んでおり、他在、つまり集合数そのものが自分の最初の定量によって規定されている。⑥――だから定量は冪乗において自己自身へ還帰している。それは直接的に定量自身でありかつ自分の他在でもある。」（185/308-309）

〔2〕の②と③でヘーゲルは、冪乗においては単位と集合数（指数）は等しくなると言っている。これが厳密に当てはまるのは冪乗一般ではなくて、二乗に限られる。例えば 3^2 とは 3×3 あるいは 3+3+3 で、総和として考えれば単位 3 が 3 つ分集合しているという意味で「単位の集合数が単位自身」であると言うことはできる。ところでこのことは「他在が自己自身である」ということであるが、それを述べているのが〔3〕の①である。文言は不明瞭であるが、おそらく単位としての定量が他のもの・すなわち集合数 II あるいは指数としての定量を規定するということが冪乗であり、冪の指数はそれがいくつであれ単位の数を掛け合わせたものあるいは足し合わせたものであり、単位によって限界づけられている。その意味で他者と自己との同一性が成立しているとヘーゲルは言うのであろう。ところで、他者が自己であるというこの論理は定在における質の論理である。つまりヘーゲルは冪乗において定量は質的な性格を回復していると主張したいのである。そして②③では対比のため正比例が持ち出される。例えば正比例 y＝ax においては単位 x（「単位であるところの集合数」）と指数 a（「第二の側面の集合数」）とは違う数字でありうることを確認し、④で冪乗 $y=x^n$ において n は単位 x（「集合数の単位であるかぎりでの集合数」）がどれだけ集まっているかを示す数（「集合数としてある方の側面」）と同一だという。冪乗とは「その集合に関してそのどれもがこの集合そのものであるような集合」だというのはわかりにくいが、例えば 3^2 というのは 3 という集合そのものを自分の要素としている集合という意味だと理解できる。さらに⑤でヘーゲルは冪乗が反比例の契機を含むという。その意味は「集合数そのものが自分の最初の定量によって規定されている」ことである。反比例 $y=\frac{k}{x}$ においては k がいくつであろうが x が決まれば他者、この場合集合数 I である y は決まるが、これは x^n においては単位 x が決まれば他者、この場合集合

数 II である n が決まる。そういう自己と他者とが緊密な相関関係をなし単一性をもっていることを反比例の契機と言っているのだと思われる。とはいえその意味は明確ではない。これに対して $y=x^n$ においては、x がいくつであれ x×x×x…あるいは x＋x＋x…となるわけだから、⑥ではこのことをもって定量が自己自身であると同時に他者でもあるといい、こういう同一性が成り立ったことによって定量が自己に還帰したと言うのである。

続く〔4〕で主張されるのは冪乗における指数が質的性格を回復しているということである。

「〔4〕③しかし〔直接的および反対の比例関係とは違って〕**冪乗の比例関係において指数は全く質的な性格をもっている。つまりそれは、集合数がまったくの単位そのもの、**〔すなわち〕**自分の他在における定量の自己自身との同一性であるという単一な規定態である。④またそのなかに他在、限界あるいは否定が端的に揚棄されたものとしてのみあり、定在が自分の他在へと連続しているという、指数の量的本性がある。というのも質の真理はまさに量であるというこのことであるからである。**」（185-186/309）

正比例も反比例も程度の差こそあれ指数と単位が別の定量であるという共通の欠陥をもっていた。これに対して③でヘーゲルは、冪乗の比例関係においては単位が集合数（集合数 II＝指数）と同じであって、指数は単位という他者において自己自身と合致し、自己同一性を、したがって質的性格を獲得したのだと言う。もっともすぐ次の④では彼は冪乗の指数が量的本性を失って完全に質的なものになったわけではないとも述べている。というのもそれもまた自分の限界をすぐに超えて 3 乗、4 乗といくらでも増減しうるからである。しかしヘーゲルはこれを欠陥とみているわけではない。質というのは量へと移行する必然性をもっているものであるから、質的なものとなった指数もなお量としての存在様式そなえているのが当然なのである。つまり冪乗の比例関係とは量の領域において回復された質を表すカテゴリーなのである。

ヘーゲルはこのように量を質との統一を基礎づけて次の「度量」につなげようとしているしているのであるが、その意図はともかく、ここでの叙述はそう簡単に納得できるものではない。一体、単位と集合数（指数）が等しくなっているから指数は質的である、という主張はどういう意味なのであろうか。――x^n において指数 n が定量の常としてどれだけ変化してもそれは単位 x が n 回掛け合わされることを表しており、この意味で指数が単位によって規定されていることは間違いない。4^2 は 4×4、4^3 は 4×4×4、4^n は 4×4×4×4…である。この場合量的無限進行の中に 4 という単位の同一性が貫いていることをヘーゲルは質の回復だと考えている、ということであれば、従来の「無限進行から真無限へ」という展開の論理で理解できる。しかしその場合には「単位と集合数の相等」の意味は分からない。

そこでもう一つの解釈として挙げうるのが、ヘーゲルは冪乗と言いながらここで 2 乗のことだけを考えているという解釈である。例えば 4^2 は 4×4 であるが、これを集合、つまり足し算で考えると、4+4+4+4 となり、単位 4 が 4 つ集まった数だということになる。5^2 でも同様に 5+5+5+5+5 であり、単位 5 が 5 つ集まった数だということになる。これなら

ば確かに単位と集合数が同じだということができるが[13]、この解釈ではなぜ冪乗の中で 2 乗だけが冪乗の概念のように特別扱いになるのかが分からない。そこで筆者は一つの解釈として次のように考えてみた。

$2^2=2+2$

$2^3=(2+2)+(2+2)=2^2+2^2$

$2^4=(2+2)+(2+2)+(2+2)+(2+2)=2^2+2^2+2^2+2^2$

これだと、冪乗というのは、定量の性格としてどんなに指数が増えていっても、基本は 2 乗を足し合わせていくことだと考えることができる。もっともヘーゲがそういうことを考えていたという証拠は何もないから、試しとしての解釈でしかないが。

あるいはもっと大まかに考えると、ヘーゲルは冪乗の論理的概念のことを問題にしているのであり、冪乗が差し当たって具体的に現れる形態が 2 乗なのであるから、彼は一方では 2 乗をもって冪乗の概念、いわば冪乗を「代表」するものであるかのように考え、他方ではその指数が増えていくところは冪乗がやはり定量に属するという側面をみていたのかもしれない。しかし 2 乗が冪乗の概念であるとヘーゲルが明言しているわけでもないため、やはり彼の説明に対する不信感は残る[14]。

補論：第二版での「冪相関」の「1」の叙述

こうしたあいまいさから、ヘーゲルは冪乗に質的性格を割り当てるという自分の論理に確信をもっていなかったのかもしれないという疑いも生まれる。微分法に対する異様に長い注はその不安を自信に変えるための作業であったのかもしれない。そうなるとこの「冪乗の比例関係」の章も「反比例」と同様に大きく書き直されているのではないかと思われるだろう。そこでこの「1」の部分について両版を対比しておこう。初版では「1」に属する段落は四つあったが、それが二版では二つに減らされた。まず初版の〔1〕・〔2〕・〔3〕に当たる部分は二版では最初の段落一つにまとめられている。文章の形はかなり変わっているのだが、読んでみるとほぼ同じ内容のことを述べている。次に初版の最後の段落〔4〕はほぼ二版の 2 番目の段落に一致している。結論としては、両版の論理展開には大きな違いはないが、短くまとめられた分だけヘーゲルの言いたいことははっきりと分かりやすくなっている。例えば初版では先に見たように冪比例と反比例を比較して、**「〔3〕⑤冪は反比例の契機を含んでいる」**とい

---

[13] 寺沢氏はこの後に出てくる注釈に「〔1〕③…冪乗は、第二次、第三次、第四次というように無限に進められる限り、それ自身がふたたび形式的な数の相関になる」（187/311）とある文を引用し、この解釈をとっている（『大論理学 1 』428 頁訳注 43）。また新訳の注釈でも同じ文章が引かれて、やはりヘーゲルが 2 乗を念頭に置いて説明をしていると解している。なお、「小論理学」の第三版 102 節にもこういう文がある。「…第三の規定態は集合数と単位との相等性である。そのように規定された数を数え合わせることが冪乗への――さしあたっては平方への格上げである。それ以上の冪乗計算は繰り返し不定の集合数へと進んで掛け算を形式的に継続することである」。ここでは 2 乗（平方）はただ単に冪乗の最初の形態だと捉えられているにすぎないようでもあるし、あるいは 2 乗こそすべての冪乗の原理と考えられているようでもある。

[14] 論理的には説明があいまいではあるが、思想史的背景からヘーゲルの態度を理解することはできないわけではない。本多修郎氏はヘーゲルが冪比例関係を真無限の最高形態と見えるに至った一つの大きな要因としてケプラーの法則を想定している。特にその第三法則「二つの惑星が太陽の周りを巡る公転周期の二乗は、その軌道の長半径の三乗に比例する」は、見事は冪比例関係を示しているからである。しかしそれならばケプラーに限ることはなく、古代ギリシャ以来、特に平方数は神秘的な数として賛美されてきたのであるから、そうした観点から言えばヘーゲルが二乗を無条件に特別な数とすることは心理的には納得できるだろう。現代の私たちでも宇宙の真理が $E=mc^2$ に表現されていると言われれば簡単せざるを得ないのであろうから。

うところなど、解釈に苦しむ文があったが、これは二版では消えているので余計な苦しみから解放される。そして反比例と冪比例の論理的次元の違いは次のようにすっきりと言い表されている。――「…**質的な統体性は、それが自己を展開されたものとして措定することによって、数の概念諸規定、すなわち単位と集合数とを自分の両契機としてもつ。後者**〔集合数 II=指数〕**は、反対の比例関係〔反比例〕においてはなお前者**〔単位〕**自身によって**〔規定されているの〕**ではなく、別のところから、第三のものによって規定された集合である。いまや**〔冪比例において〕**それ**〔集合数 II=指数〕**は単位によってのみ規定され**〔たものとし〕**て措定されている**」（2:318/196）。反比例において指数（xy=k）はなお単位 x のみによって規定されているのではなく、二区別の定量の積であったが、冪比例においてはその指数 n は単位 x によってだけ規定されている。――このようなに論理的に秩序立てることが正しいのか否かはまた別問題であるが、少なくともヘーゲルの理屈は分かりやすくなっており、好ましい書き直しだと言える。

2．定量の概念の完成形としての冪乗〔5〕

〔5〕の前には「2」と番号が打たれており、そのまま〔10〕まで続くが、二版では「2」は〔5〕に対応する段落にだけ付けられている。初版でも内容的にはそうするのが望ましいので、ここでは〔5〕だけを「2」と見立てて検討してみよう。

「**〔5〕①２．冪乗の比例関係は、何らかの定量がそのなかに移動させられるところの外的な変化として現象し、そしてあたかも定量は任意のありとあらゆる他の変化にも移動させることができるかのように現象する。②しかしながらこの比例関係は定量の概念に対してより密接な関係をもっている。これまでの叙述に従えば、定量はそれ自身がこの変化のうちへ移行してしまっており、この定在**〔指数 n〕**のうちで自分の概念に到達した、言いかえればそのうちで完全な仕方で自己を実在化している。③この比例関係は定量が自分自身に即してあるところのものの叙述である。**〔そもそも〕**比例関係が表現しているのは定量の規定態であって、定量はそれによって他のものから区別されるのである。④すなわち、定量は無関心的で揚棄された規定態であり、言いかえればそれの他在へと連続し、そのうちで自己自身と同等である規定態である。⑤しかしそれならば定量は冪乗の比例関係としてある。というのは冪乗の比例関係においては定量の他在は定量自身であるからである。**」（186/309-310）

ここではまず①～④で冪乗こそが定量の概念の完成形であることが述べられている。④で言われているように、もともと定量とはいくらでも増減できるものだという意味で自分の規定態を絶えず否定して変化し、他在と連続しているということに自分の本性・概念をもっていた。ところで①で言われている通り、冪乗 $y=x^n$ もまたどんな数値でも取り得て自在に変化できるようなものである。②で「定在」と言っているのはこの指数 n のことである[15]。この指数は単位としての定量がいくつ集まっているのかを示すものであるから、定量は指数という他在において自己自身であるとヘーゲルは言う。その意味ではたしかに

[15] 初版だけ読んでいるとこの「定在」が何を指しているか分からないが、二版ではこの定在に**「定量がこの〔冪乗の〕比例関係において形成されていくところのもの」**（2:360/197）と説明が付されているので、比の指数を指しているということが分かる。

冪乗は③で言われているように、「定量が自己自身に即してあるところのものの叙述」、つまり冪乗の指数こそが定量の概念を実現した形態だと言えないこともない。したがって冪乗の比例関係が「他在において自己自身である」という境地にあるということは、一般的な定量の場合のようにいくらでも増減できるということを意味しているのではない。ヘーゲルはそういうことを丁寧に語らないで⑤でもいきなり「定量は冪乗の比例関係としてある」などと言って読むものの頭を悩ませるのであるが、彼の言いたいことはようやくその後の⑧で分かってくる。

「〔5〕⑧…冪乗の比例関係においては、定量は自己自身からの区別としての自分の区別である。定量の他在は定量そのものによって規定されている。言いかえれば定量は端的にそれ〔自分の他在〕**へ連続している。」**(186/309-310)

冪乗の比例関係においては正比例と反比例とにまだ残っていた外面性、すなわち単位と指数という二つの定量の区別は消えている。なぜなら、x^n においてはその値がどんなに変化してもそれはすべて単位 x が変化した量であるからであり、その意味で「定量の他在は定量自身である」と言うことができるからである。しかしもちろんそれは定量がいくらでも増減できるという、定量のはじめの自己同一性ではない。冪乗の場合に他在が自己自身だというのは、冪乗における定量の区別は他の定量との区別ではなく、同じ単位がいくつ掛け合わされるか（あるいは足しあわされるか）という区別であり、他の定量はすべてこの x によって規定されていて、x は他在にあっても自己を貫徹するということを指している。つまり定量は冪比例において量の領域における同一性と非同一性との同一性に達したということである。単位と指数は定量としては区別されているが、指数の数 n は単位 x がいくつ集まっているかを表しているにすぎない。この意味でヘーゲルは冪比例において定量はその他在と一致し、区別が一個同一の質的統一のもとでの契機になったと言うのであり、それは定量がすでに比例関係という形態から抜け出そうとしていることだと位置づけるのである。

補論:第二版での「冪相関」の「2」の叙述

第二版ではこの「2」の部分は内容的に初版と一致しているが、中身は分かりやすく書き替えられている。その初版と区別される特徴は、ここでもは論理の展開の中で定量のうちに質が回復されてくることを叙述の中心に据えている点にある。例えば上の〔5〕⑧の文はこう変更されている。――

「…冪乗の比例関係においては、それ〔定量〕**は自己自身からの区別としての自分の区別である。規定態という外面性が定量の質である。かくしていまやこの外面性は自分の概念に従って、定量固有の規定作用として、定量の自己自身への関係、定量の質として措定されている」**(2:360/198)。このように、初版においては指数という定量が定量自身によって規定されたものであり、定量が他在において自己自身であるという概念のあり方を回復したことだけが述べられていたが、二版ではそれは質の回復を意味することが強調されており、またしばしばしばそれが対自存在だと表現されている。

3.度量への移行〔6〕－〔10〕（第二版を参照しつつ）

彼は次に定量の「度量」への移行を〔6〕から〔10〕で描こうとする。しかし内容は五つのパラグラフを費やすほどではないので、重要な点だけを抜き出すことにする。（なお、二版ではここに対応する部分に「3」と番号が打たれているので、それに従おう。）

冪乗の比例関係に達したとき**「〔6〕③…定量は自分の規定であった自分の外面性と無関心性の契機を揚棄してしまっており、自分の他者、つまり質になっている」**（186/310）。移行の根拠はこれだけである。ヘーゲルによれば量的な比例関係、特に冪乗の比例関係は、最初は定量の単なる性状・定量の外面性（同）として現れると言う（同、〔6〕④）。これは冪乗も定量である以上、そこに現れた質的側面も、最初は定量の規定に関わりのない性格にすぎなかったからである。しかしこの性状にすぎなかった冪乗の比例関係の質的性格のなかに、定量の外面性（無限に増減する）が否定されていることを彼は見た（〔6〕）。それによって定量は「他者において自己を保つ」という質的な自己同一性を獲得する。**「〔7〕そのために定量はいまや自分の規定と自分が他になること、つまり自分の性状との統一であって、それは質である」**（186/311）。定量が質になったということの意味は、定量が冪乗の比例関係において他者において自己を保つという真無限の規定を獲得したということである。

こうして量が質的性格を獲得することがまず述べられる。そして〔8〕ではそもそも量は質と区別されるという意味では質に対立し質から自立した他者であるが、質から自立しているということは別の一つの質だという形式的な論理をヘーゲルは立て、その上で〔9〕でこう述べる。

「〔9〕①しかしながら量が一つの質であるばかりでなく、質自身の真理が量であって、質は量へと移行してしまっている。②しかしこれとは逆に量はその真のすがたにおいては自己自身へと還帰した、無関心的ではない外面性である。③だから量は質そのものであり、そのためにもはや質そのものはこの規定以外になお何ものかであるということはない」（187/311）。

そもそも質は量へと移行したが、いまや量が質へと転化する。その結果、質と量との相互移行という関係が成立するということをヘーゲルはここで言おうとしてる。その意図はこの引用文でははっきりとは読み取れないのだが、第二版ではこれが分かりやすく書き替えられている。ただし文が変わっているほどには移行の論理には変わりはない。その論理とは冪比例において定量が自分の外面性（いくらでも無関心に増減できるという性格）を否定し、質を備えた規定になったということ、しかし同時に量としてはあくまでも質との区別は維持していて、それゆえにここにあるのは質から量へ、そして量から質へという「二重の移行」があるということである。二版ではこの二重の移行が強調されているというところにその特色がある。そこを引いておこう。

「【6】⑤全体が措定されているためには、二重の移行が必要である。或る規定態が自分とは別の規定態に移行することだけでなく、この別の規定態が最初の規定態へ移行すること、還帰することが必要なのである。⑥第一の移行によっては、かろうじて自体的

に両者の移行が現存するにすぎない。――質は量のうちに含まれている。だが、それをもってしては量はまだ一面的な規定態である。⑦後者〔量〕が同様に最初のもの〔質〕のうちに含まれてもおり、量がまた揚棄されたものとしてのみあるということが、第二の移行――最初のものへの還帰において明確になる。二重の移行の必然性についてのこうした注意は、学的方法の全体にとって大変重要である。」（2:320/199）

この「二重の移行」の論理は、最後の文で強調されている通り、単に量から度量への移行に固有のものではなくて、例えば存在と本質との関係にも適用される普遍的な論理である。その意味は対立する二つの領域（カテゴリー）が統一される場合、それはまず相互の移行という形で実現することである。もちろんこの移行が相互の移行にとどまり、一つの概念的統一を形成しない場合には、その両項の自立性は維持されている。例えば次に出てくる「度量」は質と量との統一ではあるが、質と量とはまだそれぞれ自立性を失っておらず、その統一は相互移行でしかない。だからこそそれは質と量との統一である「本質」ではなくて質と量との相互移行関係としての度量にとどますのである。初版ですでにそのような意味内容は述べられてはいるが、二版ではそこが強調されることによって度量の性格がよりはっきりと浮かび上がらせることに成功している[16]。そして最後に量が度量へと移行することが語られる。

「〔10〕①はじめは規定態一般、定量である量、つまり定量は、いまやもはや無関心的な、あるいは外面的な規定ではなくて、或るものをそれがあるところのものにするものである。②定量の真理は度量であることである。」（187/311）

定量は「量的比例関係」が展開されるなかで段階的に質的性格を獲得していった。その質的性格とは、関係性のことである。量的比例関係とは、それの両項（単位と集合数 I）は依然として定量であるが、それらの関係が作りなす指数において量のなかに限界が生まれ、定量の無関心性が否定されて、定量の両項がだんだんと必然的な関係をもつように展開されてゆく。第一段階の正比例においてはこの関係は直接的であり、指数 a は両項に外的であるから、両項の商が一定であることだけが限界で、両項はどんな値でもとることができる。そして両項のどちらが単位と見なされ集合数と見なされるのかは不定である。第二段階の反比例においては指数が単位と集合数との統一（積、k＝xy）として措定されるため、単位と集合数はこの指数を限界とするより緊密な相関関係を形成する。そして冪乗の比例関係においては、集合数は単位の集まりとして限定され、それらの相互関係は頂点に達して量の領域における外面性は否定される。こうして量はいまや質的性格を獲得し、量と質との統一である「度量」へと移行することになる。

この移行を理解するうえで注意すべきは、定量のなかに質が回復されたと言っても、質が量にとって代わってしまったわけではないということである。ヘーゲルもここに付けた

[16] 筆者はこれまで初版の叙述を論理的により厳格だと評価してきたのであるが、総じて、この量的比例関係における二版での叙述は、論理性を薄めないまま、より分かりやすく書き換えられているという点で好ましい改定だと言うことができる。

「注解」の〔2〕で次のように注意している。**「〔2〕①…冪乗は本質的に定量に属する」、「〔2〕⑤…冪乗の比例関係は定量という特殊な概念の真なる区別にすぎず、概念自身の区別ではない」**（187/312、注解〔2〕①）。なぜなら冪乗の比例関係がすでに定量を超え出る質的性格を示すのであるが、ヘーゲルによれば冪乗の比例関係においては区別項となるのはやはり単位と集合数という互いに他者である定量の区別項であるからである。だから冪乗の比例関係そのものが量を超えた新しい領域のカテゴリーになるはずはなく、なるのは冪乗の比例関係が含んでいた否定性、すなわち先の引用にある**「〔10〕①或るものをそれがあるところのものにするもの」**という側面を取り出し、それを新しいカテゴリーとして捉えなおした場合に限る。その否定性とは、一方の量的側面においては自分の限界の範囲内で変化・増減するが、同時にその増減も質的限界をもっていて、その限界内で或るものが或る一定の質をもったものでありうるという否定性である。そのように量的限界が或るものの質的存在を決定するということは、その量的限界が踏み越えられれば新しい質が生まれるということを意味する。ここでカテゴリーは量の領域を越えて新しい領域に入る。それは量的限界と質的限界とが一致している領域であり、それが「度量」である。度量においては定量の契機は相変わらず変化するが、その変化のなかに貫徹する不変の質的な同一性について語ることができるようになるのである。

補論：「注解」における「冪」概念の適用についての注意

ヘーゲルが本文では冪乗の比例関係が度量への移行をなすものとして叙述しているのに対して、ここに付けられた「注解」の〔2〕（187/312）で先述の通り冪乗の比例関係が定量にとどまることをむしろ強調しているが、その理由は哲学史上「ポテンツ」Potenz の概念が絶対者の規定として扱われたことがあったからである。つまり、この「注解」の〔1〕（同）では名を挙げていないが、シェリングが『我が哲学体系の叙述』で述べた絶対者の思想をヘーゲルは批判しているのである。シェリングの「同一哲学」は自我と非我、主観と客観、精神と自然との根底にあって両者を包括する「絶対者」を「知的直観」によって把握しようとするものである。絶対者は主観と客観との絶対的な同一性そのものとして「絶対的無差別」であって、主観と客観という有限なものは、どちらもこの同一の絶対者を表している。したがってその二つの間には質的の差別はなく、ただ量的な差別があるにすぎない。つまり自然の中にもたしかに精神的観念的要素はあるが、しかし自然においては自然的実在的な要素が優位を占めているために、自然は精神でなく自然なのであり、精神も自然的実在的な要素は持っているが、しかし精神的観念的な要素が優勢なため精神なのである。そしてこの量的差異の階層をシェリングは第一ポテンツ、第二ポテンツというように呼んだ。だがヘーゲルに言わせれば冪乗・ポテンツの思想が量の領域では最高の規定であったとしても、しょせんそれは量のカテゴリーであるから、シェリングのように絶対者を表すカテゴリーとして使うのは間違いなのである。だから「注解」の〔3〕では哲学はポテンツのような表現はあくまでも「象徴」として使うのであれば構わないが、定量である限りでは思弁的な関係を表すには不適切であると釘を刺している（187-188/312）。

最終考察――ヘーゲルの量的無限性と比例関係論の意義

量論のテキストの検討は以上で終える。最後にこの後半の量的無限性から量的比例関係

の論理にどのような評価を与えることができるのか、ここで考えてみたい。

１．量から関数への論理学の進展――関数を論理学に取り込むこと

ヘーゲルの量論全体の意義を評価するうえで第一に注目すべきなのは、そこに存在様式として「量から関数へ」という論理的展開が示されていることである。

本格的な微分・積分はニュートンとライプニッツによって定礎されたが、彼らの時代にも「関数」function という言葉は使われていたがその概念はまだ明確に定義されておらず、当然関数を微分するという発想もなかった。というのも、デカルト以来、近代の微積分学は曲線を理解するための方法として生じてきたものだったからである。その曲線の根底にあってそれを規定する原理となるものとしてその姿を徐々に現してきたのが関数という概念である。曲線を対象としていた微積分学において使われた基本概念は「定量」と「変化量」であった。微積分学に変化量という運動を表す概念が導入されたのは、それがもともとニュートンの力学に一つの起源をもっていたからである。そして無限小解析（オイラーの言葉では「無限解析」）は既知の定量と変化量から新しい変化量をつくりだすということを目指していた。オイラーはその「定量」と「変化量」の概念に基づいて関数の概念を明確に定義したのである[17]。彼による関数の定義は『無限解析序説』（1748）に示されている。

「４．ある変化量の関数というのは、その変化量といくつかの数、すなわち定量を用いて何らかの仕方で組み立てられた解析的表示式のことをいう。それゆえ、もしある解析的表示式において、その表示式を構成する量は、変化量 z は別にするとすべて定量であるとするなら、そのような解析的表示式はどれも z の関数である。たとえば a+3z、az－4zz、az＋b $\sqrt{aa-zz}$、c^2 などは z の関数であることになる。[18]」

しかしながらこの関数の定義では、まだ二つの変化量の相関関係（比例関係）は明確にされていない。それが示されるのは『微分計算教程』（1755）においてである。

「ある量が他の量に依存しているとして、その依存の様式は、後者の量が変化するなら前者もまた変化を受けるというふうになっているとしよう。このとき前者の量は、後者の量の関数という名で呼ばれる習わしである。この名称はきわめて広く開かれていて、そこには、ある量が他の量を用いて決定される様式がことごとくみな包摂されている。そこで、x は量を表わすとすると、どのような仕方でもよいから x に依存する量、すなわち x を用いて定められる量はすべて x の関数と呼ばれるのである。[19]」

---

[17] もちろんオイラーが関数概念を「発見」したわけではない。例えば、ヨハン・ベルヌーイの 1964 年の書簡にすでに関数定義の試みは見られるということである。「私は、この変量と定数からどんな方法であろうと、組み立てられた量を変量の関数と呼ぶ。」ボタチーニ（1986 訳）10 頁から引用。ちなみに現代の微積分学は曲線を対象とするのではなく関数そのものを対象とし、「変化量」という概念を捨てて量の概念ではない「変数」という概念を使っている。

[18] オイラー『オイラーの無限解析』（高瀬訳 2 頁）。

[19] Leonhardi Euleri：*Opera Omnia*：Series 1, volume10, 4. 訳文は高瀬（2009）116 頁からとった。

この新しい関数定義においては「x と y は変化量のままだが、眼目は二つの変化量 x と y との相互依存関係それ自体にある」[20]。この関数概念の導入によって、オイラーの無限解析は曲線を理解する理論から関数を微分・積分し、理解する普遍的方法へと飛躍した。そして、ここに示された関数概念はヘーゲルの二つの変化量の相関関係の規定とほぼ一致するのである。ヘーゲルはオイラーの彫琢したこの関数概念を前提とし、それを数学の世界から哲学の世界へと移植し論理的カテゴリーに仕上げたと言っていいのではないだろうか。そしてそのカテゴリーは量のカテゴリーのなかに質的関係を復活させるという決定的場面に位置づけられたが、ヘーゲルはそのカテゴリーを「関数」Funktion とは呼ばず、「量的相関関係」あるいは「量的比例関係」という名を与えた[21]。そもそも量とは質の捨象から生じたカテゴリーであるから、量は質を取り戻さなければ真理認識に寄与できないカテゴリーにとどまる。そこで量と質との媒介者としてヘーゲルが見いだしたのが量における相関関係である関数なのである。現代の数学者は関数のような概念を量という存在から遠ざけ、思考の構成物として理解しようとするが、ヘーゲルは彼らとは違ってそれを存在の一つの様式であると理解し、論理的カテゴリーとして位置づけた。そしてそこにこそヘーゲルの量的比例関係の論理の大きな意義がある。

２．量的真無限あるいは量的な質的規定態とは何か

この関数が量的無限進行の中に現れた真無限になるのであるが、ヘーゲルの考えた量的な真無限とは第一に、単純に「真無限」という意味では「他者において自己自身である」規定、他者を媒介として自己関係を回復した規定態であり、第二に、「量的である」という意味では「質的性格を回復した量的規定態」を指している。そしてこの二つの契機をそなえもつものが関数である。ところで、ヘーゲルの量的真無限の概念はそれが指す「関数」と呼ばれるものの次元の違いに応じて三つの意味に分けて考えることができる。

1）概念としての関数：最広義の意味においてそれは、上に述べた通り、関数そのものの一般的概念を指している。本来関係性を形成しない定量どうしが関係を取り結んで一個の規定態あるいは定在になることは自体的にはすでに質への移行を意味するからである。

2）冪関数：しかしながらヘーゲルが示した三つの量的比例関係のうち質的な規定を完成形で備えているのは「冪比例」だけであり、これが中間義の意味の真無限である。$y=ax$ のような一次関数の場合、$y{\cdot}x$ は常に x と y から独立した定数（定量）a であるにすぎず、質的性格はまだ希薄である。反比例$y=\frac{k}{x}$の場合には k は xy に決まり、両項を契機とする統一としての質的性格をもつが、しかしまだ x と y という定量に依存している。これに対して「冪関数」（ヘーゲルが言う「冪比例」あるいは「冪の相関」と同一のものを指す）は、例えば放物線の方程式 $y=ax^2$ においては $a=y/x^2$、比の形で書けば $y:x^2$

[20] 高瀬（2009）、116 頁。本書の 116－117 頁の解説が大変参考になる。本文は「で、ます」調であるが、引用では改めた。

[21] ヘーゲルが関数・導関数を Verhältnis――相関・比・比例――と呼ぶこと、例えば冪関数を冪比例などと呼ぶことは今日の我々の感覚から言うとおかしいのであるが、方程式は比の形で表すことができるから、間違いであるわけではない。渡辺氏の指摘では、ヘーゲルが関数を比と呼ぶのはニュートンに倣っているのだということである。渡辺（2004）105 頁注(8)、渡辺（2005）86 頁注(2)、(3)を参照。

であるが、ここにおいてaは一定の数に定まらず、与えられているのはただ二つ変化量xとyの比のみである。つまり正比例や反比例の成果は依然として定量の世界にとどまる関数であるが、冪比例においてはこの関数あるいは比そのものがまた変化量すなわち関数を表している。そして冪関数を微分するとそこに生まれるのは有限な定量ではなく新しい関数であって、関係が関係を生むという点で、冪比例は定量の世界の限界を超え出ていると言うことができる。

3）導関数：最狭義の真無限は、冪関数を微分してできたまさにその新しい関数、変化する二つ定量の比例関係あるいは接線の傾きを表す「導関数」のことである。導関数は定量でありながら自己同一性をもった定在であり、これが質的な量的規定態の究極の姿である。（ただしヘーゲルはこれを「注釈」で詳しく論じたが、「量的比例関係」の本文では位置づけなかった。このことは次に考えてみることにしたい。）

「量的比例関係」の章はこの最広義から最狭義の概念への進展として理解することができる。つまり大きな展開として、「定量」という直接的な、質を捨象した概念のなかに無限進行の克服を通して質を回復させ、質的な量的規定態としての「関数」という概念に転換し、それを媒介として質と量との相関関係の（存在の領域における）完成形態である「度量」へ、そして「本質」への展開の道を開くというこの大きな構想は、対象を理解するためのカテゴリーを豊かにする展開として実に優れたものである[22]。もちろんその展開のなかには容易に理解できなかったり、こじつけとしか思えない理屈も含まれてはいるが、その大きな道筋は大きな修正を施すことなく、私たちが利用できる論理だと言っていい。その場合、オイラーが明確に示した関数概念を論理学に取り込むことで、量に質を回復させ、質と量との統一的認識の基礎を据えたことが量的比例関係論の最大の功績だと評価することができると筆者は考えている。

３．論理学のオイラー的段階

以上の様にヘーゲルは「量的比例関係」において量的真無限を見出し、量と質との統一を意図するわけであるが、彼はどうしてこうした構想を抱くことができたのだろうか。数学史のなかにその根拠を探してみると、やはり彼の構想は数学史におけるオイラーの構想の段階にかなり対応しているよう思われる。なぜなら両名の思想の核心にあるのが「量的相関」言い換えれば「関数」の概念であるからである。

その登場のさせ方に大きな違いはある。オイラーの先の最初の定義によれば定量と同格で並ぶのが「変化量」であり、この二つの量概念の区別こそ彼の無限解析にとって本質的なものであった。それどころか変化量はありとあらゆる定量を含んでいるがゆえに、むし

---

[22] ボンジーペンは「質的な量的相関」とは外延量と内包量との相関のことを指していると述べている（Bonsipen,S.107, 125）。しかしヘーゲルはその概念を外延量と内包量からさらに進んで無限進行の中に現れる真無限の意味として規定して使っている。たしかに広い意味でヘーゲルが量論で目指していることをそう表現するのは間違いではないにしろ、それならば例えばそれは「連続量と分離量との相関」だと言っても構わないことになるだろう。要するにボンジーペンの規定は大雑把すぎて無意味だと私は思う。彼がその根拠として示す箇所（GW21.235f / 313,5-12）にもそのようには書かれていないし、ボンジーペン本人さえも「このことは文献においては認められない」（S.107、Anm.6）と認めてはいる。

ろ定量を包括する概念であった。そしてこの両概念を定義した後でそれに基づいてはじめてオイラーは「関数」の概念を定義することができた。これに対してヘーゲルは「定量」の方は大きな論理的カテゴリーとして採用したが、「変化量」は取り上げなかった。彼も第二版でようやく量に質的側面を回復させる媒介者としてイタリック体で強調して「変化量」を登場させたが、論理的カテゴリーとして独自に位置づけることはしなかった。もっともその後の関数の取り扱いにおいてはこの変化量という概念は用いられなくなり、抽象的な「変数」にとって代わられてしまう。「変数」の概念には「変化する」という意味はなく、単に「集合に属するもの」という意味しかない。だから結果的にはヘーゲルが変化量を論理的カテゴリーとして位置づけないのは理論的欠陥とはならなかったが、ヘーゲルがそこまで見越していたわけではあるまい。むしろ変化量をカテゴリー化しなかったことで、反比例から冪比例への移行は説得力の乏しいものになっているのはすでに見た通りである。

しかしながらそれを除けば――ちょうどカントの『純粋理性批判』における超越論的感性論がニュートンの空間時間論と理論的次元で対応していると言われるように――ヘーゲル論理学における量から度量への移行は数学史におけるオイラーの段階に対応していると言ってよいように思われる。関数 function という言葉自体はライプニッツらそれ以前の微積分学においても用例はあるが、明確に定義し周知のものとしたのはオイラーである。関数は曲線を理解するための方法論として始まったわけだが、いったん関数概念が出来上がると、関数の概念と方法は曲線をはるかに超えて適用されることになった。解析学に限ってみても、開発された関数概念はすぐにニュートン力学に適用されて、やがてオイラーーラグランジュへと発展した理論の中で「解析力学」を生んだし、今日では微積分計算は自然のあらゆる現象に使用されるほどの応用力を誇るようになった。その基礎となった関数概念の成立はまさに近の代科学史のなかの一大画期であったということができる。

ヘーゲルがかなり無理をしながら冪関数を特別な量的存在として量的相関の完成形態に据え、そこから量と質との相互移行、度量の成立へと繋げていったのは、オイラーによって定礎されたこういう関数の画期的意義を彼が十分に理解していて、それをなんとか論理学に取り込もうという努力であったと評価することができよう。たしかにヘーゲルはオイラーを超えてラグランジュの関数論に依拠していた。なぜならラグランジュは任意に与えられた関数を級数に展開し、そこから導関数を導き出す方法を示したことによって、ヘーゲルに量的真無限を規定する手掛かりを与えたからである[23]。ただし、「量的比例関係」の本文では級数展開までをヘーゲルは論理的に位置づけておらず、それに明らかな影響を残したのはオイラーの関数概念であり、この点で量論は「論理学におけるオイラー的段階」を表しているということができる。「オイラー的段階」といっても、ヘーゲルが数学史の一コマに立ち止まっているという意味ではない。高瀬氏が「今日の数学の根幹を作る諸概念の源をたどるといつもオイラーに出会う[24]」と言っているのと同じ意味で、ヘーゲルの論理学がいまもなお現代人の思考の源泉になりえているという意味でである。

---

[23] ヘーゲルがラグランジュの冪級数の理論に多くを負っていることはすでに多くの論者によって指摘されている。例えば渡辺（2004）および（2005）の全般にわたって、および Bonsiepen (S.101), Houlgate (S.201-205)など。

[24] 高瀬（2009）90 頁。

補論：その後の数学史の発展との関係――特に「収束」の概念をめぐって

ではヘーゲルの量的比例関係あるいは量的真無限の論理が実際にそのような原理的な理論になり得ているのか、その後の数学史の展開から考えておこう。

先にヘーゲルの関数理解についての三つの側面を挙げておいてが、そのうち最後の「導関数」については、彼がそれを「注釈」で詳細に論じておきながら、「冪乗の比例関係」の本文にはそれが出てこないということを問題として残しておいた。

一般に数学史においては導関数を厳密に定義し、微分法の完成に道筋をつけた功績はコーシーに帰せられている。コーシーはヘーゲルと同時代の数学者であるが、彼の著書『解析教程』は 1821 年、『無限小計算講義要録』は 1823　年公刊なので、ヘーゲルが 1812 年『大論理学』初版を出して時点でコーシーを読んでいた可能性はない。したがってコーシーの導関数論はヘーゲルには影響を与えていないはずである。しかしながら、コーシーは導関数$\frac{dy}{dx}$が dy を dx で割った商を表すのではなく、ひとまとまりの意味を表すものと定義していたという点でそれはまさしくヘーゲルが「質的な量的規定態」と呼んだものと重なる。これはヘーゲルが解析学の進むべき方向をそれなりに正確に見通していたと主張する一つの根拠となり得るだろう。

ここまで考えてみると、誰もが量的無限進行から量的真無限を見出すというヘーゲルの試みを微分法の完成形ともいえる「収束」（英 convergence／独 Konvergenz）という概念と結びつけてみたくなるのではないだろうか。それはもはやヘーゲル論理学の研究を逸脱したことではあるが、少しだけ考えてみよう。

級数展開とは複雑な関数を単純な冪級数で表したものであり、冪級数自体は関数の無限和である。或る関数を無限に進行する関数の総和で近似させ、その無限の列が究極の関数に収束することを見て取るという「収束」というアイディアによって「無限」は無限進行を脱して「極限値」として定義できるようになり、一般にはこれをもって導関数は厳密に定義されたと評価されている[25]。そして収束の概念がグーデルマン、ヴァイエルシュトラウスらに至って厳密に定義されたのは、ヘーゲルの死後、19 世紀後半になってからである[26]。

さて、ヘーゲルは無限級数の無限進行を克服するため、級数の第一項だけを有効とみなすことを「注解」で主張したわけだが、その考えとこの「収束」の概念は一致するのだろうか。――おそらくそうはならない。なぜなら「量的真無限」と「収束」という二つの思想に共通なのは、無限級数の第 2 項以下をゼロと見なして消去することをしないという一点だけであって、収束の概念では無限級数の部分の総和が極限値をとることが想定されており、ヘーゲルが嫌った「近似」の考えも級数の無限進行も否定されているわけではない。したがって、級数の第 1 項のみを本質的とし、それをあくまで総和ではなく究極の比例関係と捉えて導関数とするヘーゲルの考えと「収束」の概念とを同一だと考えることは

---

[25] コーシーの定義では「ある同一の変化量に次々と割り当てられる値がある一定の値に限りなく近づき、最後にはどれほどでも望むだけわずかな違いしか見られないようなとき、この値は他のすべての値の極限と呼ばれる」。コーシー『解析教程』「序論」2 頁。なおヘーゲルとコーシーの関係については M.Wolf（1986）が論じている。

[26] この流れを知るには、一般的な啓蒙書であるが、アミール・D・アクゼル『「無限」に魅入られた天才数学者たち』（特に第 5 章）が大変参考になる。

できない。しかしまたヘーゲルがそうした考えをとっていたのは、先に「注釈」を検討したときに明らかにしておいたように、彼が当時自分の量的真無限理論を正当化してくれる数学理論として知っていたのはラグランジュの関数論だけだったからである。もしヘーゲルがコーシーからヴァイエルシュトラウスに至る理論展開を知りえていたならばどうしただろうか。筆者はヘーゲルがラグランジュを批判しつつ依拠したように、彼らの収束論を批判しつつ自分の新無限論に合わせようとしたのではないかと想像する。なぜならヘーゲルにとって重要だったのは自分の論理的展開を支えてくれる数学理論を見出すことであって、独自の導関数論を自分で編み出すことではなかったのだから。

おわりに

ヘーゲル論理学のなかでは量論はもっとも人気のない、読まれることも研究論文が書かれることも少ない部分である。その理由はそのほとんどが数学に関わる議論で占められており、そしてそれはヘーゲルという数学の素人による半可通的な研究で、そこから学ぶべきものは少ないとイメージされているからである。しかしながら実際に読みこんでみると、彼は「数学の素人」として解析学者たちの理論に形而上学の立場から不遜にも超越的な批判をしていて訳ではない。彼の数学理解は玄人はだしであるし、論理学として極めて充実した議論がそこから引き出されていることも分かる。とはいえ、彼としても爆発的に発展している解析学をもっと勉強しなければ不安だったであろう。だから彼が『大論理学』第二版で新しい長い注釈を 2 つもつけ加えた理由もよく分かるし、その「序言」でこの本を七十七回の推敲したいとこぼしていることもこういうところを読むと共感できるのである。

筆者としてもヘーゲルが関数概念を論理学に取り込んだその意義を、さらに同時代の数学史と関係づけて明らかにしたかったのであるが、自分の能力の不足のため取り上げることができず先送りにした課題は多い。他の碩学の研究に期待したいところである。

参考文献

〇ヘーゲル論理学研究書・論文

- Bonsiepen, Wolfgang: Hegels Theorie des qualitativen Quantitätsverhältnisses. In: König, Gert (Hg.): *Konzepte des mathematisch Unendlichen im 19. Jahrhundert*. Göttingen 1990. S.100-129.
- Fischer, Kuno : *Geschichte der neuern Philosophie. Bd.8. Hegels Leben, Werke und Lehre, Teil 1*. Heidelberg 1911. クーノ・フィッシャー　玉井茂・岸本晴雄訳『ヘーゲル III　ヘーゲルの論理学・自然哲学』　勁草書房　1983 年。
- Hartmann, Klaus / Müller, Olaf (Hrsg): *Hegels Logik*. Berlin/New York 1999.
- 本田修郎 :『近代数学の発酵とヘーゲル弁証法』 現代数学社 1989 年。
- Houlgate, Stephen: Das Sein. Zweiter Abschnitt. Die Quantität. in: *Hegel-Studien Beiheft 67* Hamburg 2018, SS.145-218.
- Houlgate, Stephen: Hegel on the category Quantity, in: Hegel Bulletin 35, 1, 2014, S.16-32.
- Johnson, Paul Owen: *The Critique of Thought. A re-examination of Hegel's Science of Logic.*

Aldershot/Brookfield USA/Hong Kong/Singapore/Sydney 1988.
- Klaucke, Andreas: Hegels Lagrange-Rezeption. In: König, Gert (Hg.). a.a.O., S.130-151.
- 松村一人：『ヘーゲルの論理学』 勁草書房 1959 年。
- Moretto, Antonio: Hegels Auseinandersetzung mit Cavalieri und ihre Bedeutung für seine Philosophie der Mathematik. In: König, Gert (Hg.). a.a.O., S.64-99.
- Pinkard, Terry: Hegel's philosophy of mathematics. in: Phenomenological Research 41(4):pp.452-464(1981).
- 鈴木権三郎：「ヘーゲルの自然数論」所収：『ヘーゲル哲学研究』 岩波書店 1943 年。
- Wetzel, Manfred: *Frühe Schriften II. Studien zu Hegels „Wissenschaft der Logik" 1962/63-1971*. Würzburg 2014.
- Wolff, Michael: Hegel und Cauchy: Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik. in: Hegels Philosophie der Natur. Horstmann R-P, Petry MJ (Eds); Veröffentlichungen der Internationalen Hegel-Vereinigung, Band 15. Stuttgart: Klett-Cotta: 1986, S.197-263.
- 渡辺祐邦:「ヘーゲル『大論理学』の数学的無限に関する「注釈」の訳と註解（その１）」、所収：「ヘーゲル論理学研究」第 10 号 2004 年、79-153 頁。
- 渡辺祐邦：「ヘーゲル『大論理学』・「度量」論「ｃ.選択的親和力」への注釈」、『ヘーゲル論理学研究』13 号、2007 年、63-85 頁。
- 山口祐弘：『存在の諸相』光洋書房 2019 年。

○数学者の著作

- コーシー：『コーシー解析教程』（西村重人・高瀬正仁訳） みみずく舎／医学評論社 2011 年。
- コーシー：『コーシー微分積分学要論』（小堀憲訳、正田健次郎・吉田洋一監修）共立出版株式会社 1969 年。
- デデキント:『数とは何かそして何であるべきか』(渕野昌訳）ちくま学芸文庫 2013 年。
- ユークリッド：『ユークリッド原論 追補版』（中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵訳）共立出版 2011 年。
- オイラー：『オイラーの無限解析』（高瀬正仁訳）、海鳴社、2001 年。
- L.Euler: *Die Vollständige Anleitung zur Algebra.* 1770. Mit den Zusätzen von Joseph Louis Lagrange, hrsg. V. Heinrich Weber, Leipzig und Berlin, Druck und Verlag v. B.G. Teubner, 1911. (https://www.math.uni-bielefeld.de/~sieben/Euler_Algebra.ocr.pdf)
- Frege, Gottlob: Die Grundlagen der Arithmetik (1884). Hrsg. V. Christian Thiel, Philosophische Bibliothek 366. 1988. フレーゲ、ゴットロープ：『算術の基礎』、所収：『フレーゲ著作集２ 算術の基礎』 勁草書房 2001 年。
- カントール：『カントル超限集合論』（吉田洋一・正田建次郎監修、功力金二郎・村田全訳）共立出版 1979 年。
- Lagrange-J-L: *Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel*. Hachette Livre 2018.
- ニュートン：『自然哲学の数学的諸原理』（河辺六男訳）中央公論社 1971 年。

○数学史・科学史に関するもの
・ アクゼル、アミール・D :『「無限」に魅入られた天才数学者たち』（青木薫訳）　ハヤカワ文庫　2015 年。
・ E.T.ベル :『数学を作った人々 I』（田中勇・銀林浩訳）早川書房　2003 年。
・ ブルバキ、ニコラ :『ブルバキ数学史』上・下（村田全・清水達雄・杉浦光夫訳）ちくま学芸文庫　2006 年。
・ カジョリ、フロリアン :『初等数学史』（小倉金之助補訳・中村滋校訂）上・下　ちくま学芸文庫　2015 年。
・ デュドネ、J. :『数学史—1700-1900』（1）・（2）・（3）（上野健爾訳）岩波書店 1985 年。
・ カッツ、ヴィクター・J: 『数学の歴史』（上野健爾・三浦伸夫監訳、他 7 名訳）共立出版　2005 年。
・ 近藤洋逸『数学思想史序説』
・ メルツバッハ、U.C.／ボイヤー、C.B. :『数学の歴史 II—17 世紀後期から現代へ』（三浦伸夫・三宅克哉・久村 典子訳）朝倉書店 2018 年。
・ 山本義隆『古典力学の形成——ニュートンからラグランジュへ』　日本評論社　1997 年。

〇量論・数論に関するもの
・ 足立恒雄 :『数　体系と歴史』　朝倉書店　2001 年。
・ 足立恒雄 :『数とは何か　そしてまた何であったか』　共立出版　2011 年。
・ 遠山啓 :『遠山啓著作集　数学教育論シリーズ５　量とは何か I』　太郎二郎社　1978 年。

〇解析学に関するもの
・ 安倍齋『微積分の歩んだ道』　森北出版　1989 年。
・ ボルチーニ、U :『解析学の歴史』（好田順治訳）現代数学社　1990 年。
・ 小杉肇 :『無限数学の系譜』　槙書店　1972 年。
・ 高木貞治　『定本　解析概論』　岩波書店　2010（初版 1938）年。
・ 高瀬正仁 :『無限解析の始まり　わたしのオイラー』　ちくま学芸文庫　2009 年。
・ 高瀬正仁 :『微分積分額の誕生——デカルト『幾何学』からオイラー『無限解析序説』まで』　SB Creative　2015 年。

○その他
・ Engels, Friedrich : *Dialektik der Natur*. In : Karl Marx-Friedrich Engels : *Werke*, Band 20, Diez Verlag Berlin, 1962. エンゲルス『自然の弁証法』、所収：マルクス-エンゲルス全集第 20 巻（大内兵衛・細川嘉六監訳）、大月書店　1968 年。