# 現代社会を理解するための『大論理学』注釈(7)

## 第一部・『第一書　存在』・その5

## 「第二編　大きさ(量)」(初版)への注釈(下)

黒崎　剛

凡例

1．本稿ではヘーゲルの引用は例えば（23/45）と記す。引用は存在論の初版からであり、次の数字「23」はアカデミー版ヘーゲル全集（GW）第 11 巻の頁付け、「/45」の部分は、その原著に対応する寺沢恒信訳の初版存在論の訳（『大論理学 1 』、以文社、1977 年）の頁付けである。第二版と比較して特に初版からの引用として示す場合には（1:23/45）というように頁数の前に「1:」と記す。第二版の存在論からの引用を示す場合には（2:67/89）といったように記す。「2:」は存在論の第二版を表し、「67」は同じく GW 第 21 巻の頁付け、「/89」はそれに対応する武市建人訳の存在論（『大論理学　上巻の二』、岩波書店、「ヘーゲル全集 6 b」、1960 年）の頁付けを表す。ただし（1:51/103-104[2:86/103]）と二版の引用頁付けに[　]がついている場合は、二版での対応箇所がかなり書き換えられていて、同一趣旨になっていないようなときである。ただし、すべての訳文は筆者が訳しており、翻訳はそれに対応する部分の頁づけである。

初版の新訳としてヘーゲル全集第 10 巻 1、責任編集久保陽一、訳者：飯泉佑介／岡崎秀二郎／三重野清顕『『論理学』客観的存在論：存在論（第 1 版 1812)』（知泉書院 2020 年）が出版された。この本には訳文中に原著の頁付けが示されているので、それを見てもらえば利用できる。

2．引用文の前につけられた〔 〕内の数字は、テキストのそのつどの小タイトルに入ってからの段落番号を表す。引用文中の〔 〕内の文は、筆者による補いである。

3．太字はヘーゲルのテキストからの引用を表す。引用文中の①②の番号は筆者による付け加えであり、原文のピリオドごとの文章の順番を表す。／は改行されていることを表す。

4．第二版の当該箇所の段落番号を記す場合には【 】内で記す。また、初版からの引用文中の【 】の中の文は第二版でのヘーゲルによる加筆部分を示す。

# 第二編　大きさ(量)
# (初版)
# 第5注釈(続き)

要旨：1.ヘーゲルの量的真無限論の意義は、存在様式として「関数」を論理的カテゴリーとして位置づけていること、そして「量から関数へ」という論理的展開によって量を超えた存在様式である度量への移行を示すことに成功したことにある。2. 筆者はヘーゲルの量的真無限の概念が示すものとして 3 つの関数の形態を示した。すなわち①概念としての関数、②冪関数、③導関数である。3. こうした量論の性格は一般的にはヘーゲルがラグランジュの級数理論に依拠したことによると言われているが、筆者はそれ以上にオイラーから始まる関数論をヘーゲルが取り込んだことに大きな意義を見出し、その意味で量論は「論理学におけるオイラー的段階」にあると解釈した。なぜなら『大論理学』の本文（「注釈」ではなく）に取り入れられたのは①と②の真無限概念だけであって、③は論理的カテゴリーとして成立していないからである。

**量論のカテゴリーの概観**

本稿は「ヘーゲル論理学研究」第 25 号に掲載された「第二編　大きさ（量)」(初版）への注釈（上)」の続きである。注釈の対象となる量論のテキスト「量（大きさ)」において展開されるカテゴリーを確認しておくと、以下の通りである。「ちなみに、「注釈」（Anmerkung）が追加されたことを除いて、第二版との目次上の違いはわずかで、下に [ ] および〔 〕内にいれた言葉が二版で付け加わっているだけである。（二版で定冠詞が付けられた場合、後に続く形容詞は小文字になっている)。

# 第２章　定量
## *Quantum*
（承前）

## Ｃ　量的無限性　***Quantative Unendlichkeit***

第２章「定量」の第三項は「量的無限性」である。無限性はここでは「定量の変化」（自分の量的限界をたえず超え出て増減すること）から導き出されたものであるから、量的な無限性と規定される。

### １．量的無限性の概念　***Begriff derselben***

ここ「１．量的無限性の概念」でヘーゲルが行うのは、この量的無限性が無限進行（悪無限）に帰着することを明らかにすることである。

**定量の変化は無限進行になること〔1〕**
定量は増減する。すなわち或る定量は或る別の定量になる。ヘーゲルはこのなんでもない変化から〔1〕で「無限進行」を導き出す。**「〔1〕定量は変化し、或る他の定量になる。しかし、この変化のもっと進んだ規定は、変化が無限に進行するということである」**（139/242）。　量はどこまでも増減させることができるわけだから、そこから無限進行という規定を引き出すこと自体は理解するのに難しくない。難しいのはそれを引き出す論理である。

**無限進行を引き出す論理〔2〕**
その論理を彼が述べているのが〔2〕である。その全部をいくつかに区切ってみていこう。

**「〔2〕①定量は或る他のものになる。定量は自分の他在に向かって自己を連続させる。したがって、他のものはまた一つの定量でもある。②だが、他のものは同時に一つの或る定量の他のものであるだけではなく、定量そのものの他のものである。③というのも、定量とは無関心的な規定態であって、この規定態は他のものに対して無関心的であるが、また自己に対しても無関心的であるような規定態だからである。④定量の両契機が内包的な定量において規定されたのと同じく、それ〔定量〕は他のものへではなく、自分自身へと**

**関係する規定態である。しかし同じくこの規定態は、端的に他のもののうちでの規定態にすぎない。他のものへの関係はそれ〔定量〕にとっては外的であるが、それはそれ自身が自分のこの外面性なのである。」**（139/242）

定量が増減し変化するということは、①一つの定量が他の定量になることである。定量が定量になる限り定量の概念は維持されている。だがヘーゲルは②で論理を転換させ、他のものというのは「他の定量」であるにすぎないのではなく、「定量そのものの他のもの」だと言っているが、一体それはどういう意味なのだろうか。③定量とは量なのであるから、質的な規定態のように他のものと明確な限界によって区別されるような性質をもっておらず、その意味でそもそも他者にも自己にも無関心な規定であった。或る内包的な定量が 20 度であるからと言って、20 度であるということに自己のアイデンティティをもっているわけではなくて、別に 19 度でも 21 度であってもよく、20 度であるか、21 度であるかに定量は無関心である。たしかに内包量として規定された定量は一つの自己関係をもっていて、20 度はやはり 19 度でも 21 度でもなく、20 度である。しかし 20 度という定量の規定態は 19 度と 21 度という他者に挟まれた定量としてしか自分の規定態を持たない。20 度であることは偶然の結果、あるいは他のものとの関係からそうなっているだけであり、20 度でなければならない根拠を自分自身の内にはもたない。そのことをヘーゲルは定量が他のものへの関係に対しても自己自身に対しても無関心あるいは外的だという言い方で表現しており、それこそ「定量が定量自身の他のものである」という不可解な表現の意味である。つまりそれは定量が自分の現在のあり方の根拠を自分自身のうちにもっておらず、他者によって外から規定されるしかなく、自立的に限界づけができないということを指しているのである[1]。④だから定量とは一定の度としては自己関係するものであり、したがって自己同一性をそなえてはいるのだが、同時にその自己同一性を自分で生み出し、維持できるわけではないく、「これが私だ！」と言えるような規定（質的規定）を持っていない。そのために定量は同時に「自分にとって他のもの・外的」、「他のもののうちにある規定態」だと規定されるのである。

**「⑤それゆえ、自己に矛盾し、そのために自己を自体的に解消するのは、定量自身である。このため、定量そのものが自分自身の否定なのである。変化は単に或る一つの定量 ein Quantum に生じるだけでなく、定量なるもの das Quantum に生じるのである。⑥定量とは一つの当為である。それは、自体的に規定されていることを含んでいるが、このように自体的に規定されていることそれ自身はむしろ他のもののうちで規定されていることである。そして反対に、定量は他の定量において揚棄された規定された存在である。定量とは無関心的な規定された存在なのである。**（139/242-243）

---

[1] 二版では「定量そのものの他のもの」のあとに言葉が加えられて**「限界づけられたものとしての定量を否定するもの、したがって定量が限界づけられていないこと、定量の無限性」**（2:218/63）と単純に説明されて、③④の説明が削除された。ややこしい説明がなくなって簡潔で理解しやすくになったが、その反面この段落の最後に出てくるべき無限性がフライングの様に出されてしまっていて、上のように解釈する情報もなくなってしまっている。

こうして⑤「自分のアイデンティティの根拠を自分の内にもたないで他者との関係のうちでしか規定されない」ということは「自己であるために他者に依存する」ということであるから、ヘーゲルはそれを「自己矛盾」だと規定する。この自己矛盾のゆえに定量は自己を否定して他のものへ移行する運命を免れない。或る一つの定量が変化せざるを得ないというだけでなく、そもそも定量という規定態そのものが「変化せざるを得ない」という規定をその本質としてもっているのだとヘーゲルは話を展開する。⑥定量が常に変化せざるを得ないということを彼は定量が「当為」（…すべし・あるべし）であるとも表現する。当為とは自己の本質を自分の内にもたないために常に自己の根拠を自分の外に求めて自己を超え出ていかなければ存在できないものの振る舞いであるからである。定量とは「他のものによって規定される」（対他的で自己同一性をもたない）ものであるが、そのことによってかえってまさに定量として（つまり「自体的」で自己同一的なものとして）存在しているというわけである。常に他のものが自己を規定する根拠であるから、それは「定量は他の定量において揚棄された規定された存在」と言われている。例えば 20 度は 19 度や 21 度との関係のなかではじめて 20 度と規定されるのであって、確固たる存在をもたない。それこそ定量が自己に無関心な存在だということの意味なのである。

こうして、ようやくこの段落の最後でなぜ定量が無限進行するかが言明される[2]。

**「⑦それゆえに定量は自己自身に対して他のものであり外面的なものである。それが含んでいることは、有限であること、また有限性を越えて、他のもののうちで規定された存在を越えて外へと出ていくこと、そして無限であることである。」**（139/243）

こうして、定量はいまの自分であるための根拠を自分のうちにもたないから他の定量へと変化せざるをえず、またこれ以上は増やすこと・減らすことはできないという質的限界を自分のうちにもたないために、定量の変化とは絶えず限界を越え出る無限進行だと定義されるわけである。

**質的無限性と量的無限性との違い〔3〕**

最後の〔3〕では質的な無限性と量的な無限性との違いについての注意が与えられている。どちらも有限なものが自ら運動し無限なものへ移行するという点では同じであるが、違いは以下のことにある。質的な無限性においては**「②…有限なものと無限なものとの対立は質的であり、有限なものの無限なものへの移行は、いいかえれば、両者の互いに対する関係はもっぱら自体のうちに、〔つまり〕それらの概念のうちにあるにすぎない」**（139-140/243）。有限なものと無限なものとがそれぞれ質的なものとして自立し、互いに自分の他者として直接的に対立しているために、質的な無限性とは現実的なものとしてではなく、質的な無限進行の内に有るべき概念として想定されているにすぎない。だから**「質的な有限性と無限性とは絶対的に互いに対して向き合っている」**（140/243）。この場合「絶対的」というのは、二版で捕捉されているように（2:242/65）、「抽象的に」ということであって、解決されない対立ということであり、宗教的には「彼岸」に対する「彼岸」としてイメー

[2] 二版ではこの前に定量の有限性と無限性の概念について補足的な説明が加えられ、どちらも他方の概念と一致してしまうことが述べられている（2:219/64）。

ジされるのである。

これに対して量的無限性においては、有限なものと無限なものとはそのように対立しない。「**④…大きさはそれ自身が揚棄された規定態である。大きさは、否定、〔つまり〕自己と不等であり可変的なものであるように措定されている**」(140/243)。量はそもそもはじめから質的に対立する他者というものをもたない、言いかえれば自立した直接的な存在をもたないものという意味で否定的なものであるから、抵抗なく他者へと移行する、つまりどこまでも増減する。したがって有限なものと無限なものという「**⑦両者の関係は無限進行**」(同)である。有限な量は絶えず自分を超え出てゆき、その意味で無限なものへと越え出てゆきながら、出ていった先はまた有限量である。それこそ量的な無限性の実現された概念なのだとヘーゲルは言うわけである。

## ２．無限進行　*Der unendliche Progreß*

### 無限進行は定量の自己矛盾であること〔1〕〔2〕

次の「２」は「無限進行」というタイトルの節になるが、〔1〕と〔2〕では新しい説明はない。そこでは無限進行はそもそも定量が含んでいる自己矛盾の表現にすぎないということが繰り返し述べられているだけである。定量は規定態である。ところで規定態とは他者に対して自己の存在を区別して主張するものであるはずだが、定量は増減できるものなので、すぐにそのような区別を否定して他の規定態、すなわち別の定量に移っていってしまう。規定態でありながらその規定態を維持できないということが定量という概念のもつ自己矛盾であり、その表れが量的無限進行である。「矛盾」という言葉が出てくるところだけを引用しておこう。——「**〔1〕①無限なものへの進行とは、量的に有限なものあるいは定量一般が含んでいる矛盾の表現にほかならない**」(140/244)。「**〔2〕①…定量は、規定態自体であり、他のものに対して無関心的な規定態であるが、しかし同時にこの規定態はただ自己に外的なものとしてのみ存在する。②無限進行は、この矛盾の表現であり、その解消ではない。無限進行は、端的に矛盾の中に留まっており、それを越え出ていくことはない**」(同)。

### 無限大と無限小〔3〕－〔5〕

この節の本来の目的は無限進行から「無限大」と「無限小」という概念を導き出すことにある。その導出の論理を叙述しているのが〔3〕であるが、ここでもこれまで述べられた論理が繰り返されるだけである。しかしそれを確認することがヘーゲルにとっては無限大と無限小を導くために必要だったのであり、またこれまでの論理がかなり分かりやすくまとめられているので、全部見ておくことにしよう。

「**〔3〕①言い変えれば、無限なものへの進行は、無限なものの課題にすぎないのであり、その達成ではない。②無限進行は無限なものを永続的に産出することであるが、定量それ自身を越え出ることはないし、**〔そこでは〕**無限なものが肯定的なものや現在的なものになることもないだろう。③定量は自分の概念において自分の彼岸をもつものである。④こ**

**の彼岸は、第一に定量の非存在という純粋な契機である。というのも、定量はそれ自体において自分を解消するからである。⑤こうして定量は自分の彼岸へ、〔つまり〕自分の無限性へと関係する。 ⑥このことは、対立の質的な契機である。⑦しかし第二に、定量は、定量の非存在としての非存在であるような自分のこの彼岸との連続性のうちにある。というのは、定量とはまさに自分自身の他者であることに、自分自身にとって外的であることにおいて成り立っているからである。だからこの他者、この外的なものは同じく定量の他者ではない。⑧したがって、彼岸もしくは無限なものはそれ自身が一つの定量である。⑨彼岸はこのようにしてその逃亡から呼び戻され、無限なものへと到達する。⑩しかし、この此岸になったものはふたたび一つの定量であるのだから、まさに再度新しい限界が措定されることになる。⑪ふたたび発生した定量は、それが定量であるために、またふたたび自分自身から逃亡し、それ自身が自分を越え出る。そして自己自身から自分の非存在へと自己を反発するのである。このため、定量は永続する彼岸をもつ。⑫しかし定量はまさに同時に、自己に外的であることにおいて成り立つ。⑬したがって、かの彼岸はそれ自身がふたたび定量なのである。」**（140-141/244-245）

まず①と②では、無限進行はたしかに無限性ではあるが、悪無限と呼ばれる無限性、すなわち真無限を目指して永遠に進み続けるにすぎない運動であって、それが課題あるいは目標とするものは真無限性ではあっても、それに現実に到達することはないことが指摘される。無限に増減を繰り返す定量にとって真無限はいわば彼岸に存在しているものでしかない。そして③では定量は彼岸であるはずの無限性を自分の概念のうちにもつとヘーゲルは言っているが、もちろんこの彼岸は真無限としての彼岸ではない。それは④で言われているように、「定量の非存在」という契機である。定量は増減し、自分の限界を超えて他の定量へと移行するが、そうした運動のたどり着くことのない目標となっているものが「定量の非存在」としての「彼岸」である。しかしながらこの彼岸は到達不可能なものであるとしても、悪無限性という概念を構成する必須の契機になっている。そこでヘーゲルは⑤⑥で定量は増減するものとして、移行していく先である自分彼岸、無限性へと関係することであり、この彼岸は最初の定量に対する他者であるから、質的に対立するものだという形式的な議論を展開している。この対立の質的なものというのはこの後の段落（〔4〕の⑤）で明らかにされる。だが⑦と⑧で言われているのはこれとは逆のことで、第二に定量は特定の量として自己を維持することができず、増減して他の定量に移行するものであるのだから、彼岸とか無限性とか言っても実はそれはある定量が移行していく先の他の定量にすぎず、そこに質的な対立はないということである。⑨以下はそれの言いかえである。彼岸に赴き、無限なものになったかと思ったら、それは他の定量になったにすぎないわけだから、この定量はまた新たに限界を超え、彼岸へと赴くが、その彼岸はまたしても他の定量であって、後はその繰り返しである。以上のことを確認した上でヘーゲルは〔4〕で無限大と無限小の概念を出してくる。

**「〔4〕①ここで彼岸もしくは無限なものが定量として規定され、逆に定量が無限なものとして規定されて一つの表現に合一されるならば、この結合は無限大ないし無限小を与え**

**る。②しかし、この結合はそれ自身がまさに矛盾の、すなわち無限進行の誤った表現以外の何ものでもない。③というのも、定量とそれの彼岸はここにおいてはそれらの互いに対する絶対的な規定態において、一方は他方の非存在として保持されているからである。」** 141/245）

まず①でヘーゲルは無限大と無限小の概念は、定量と無限なものという二つの規定の結合から生じると言う。定量は有限な量であるが無限なものは有限でないのだからこの二つの規定はあからさまに矛盾する。定量のこの矛盾を表現するものが、量が永遠に増減するという量的無限進行であった。だが②と③では「無限大」と「無限小」とは無限進行の「誤った」表現であるとヘーゲルは言う。その理由は、定量と無限なもの（彼岸）とは互いに相手の「非存在」、すなわち他者であるにもかかわらず、同時に同一だからだというのであるが、それだけなら単にこれまで通り「矛盾の表現」とだけ言えばよいのであって、わざわざ「誤った」と言うには及ばない。実際第二版ではこの「誤った」を含む文が削除されているから、こだわる必要はないだろう。「誤った」という表現でおそらくヘーゲルは、無限進行はそれを通って真無限に至る過程に位置づけられる概念でなければならないが、無限大と無限小とは無限進行ではあっても真無限に展開されることのない概念だと言いたかったのだと思われる。その彼の考えは④以下で説明される。

「〔**4**〕**④無限大と無限小は、一つの定量として表象される。それ**〔無限大もしくは無限小〕**は、一つの大きなものもしくは小さなものである。しかし、定量としてはそれはまた自分の彼岸を自己から突き放してしまった。それは無限なものにまで拡張されることはなく、無限なものに対する反復する対立のうちに保持されている。⑤それゆえ、大きなものはどれほど拡張されても、取るに足りないものへと収縮する。というのも大きなものが自分の非存在としての無限なものへと関係するかぎり、対立はこの契機に従って質的になるからである。したがって拡張された定量は無限なものから何も奪い取らなかった。そうではなくて無限なものは相変わらず定量の非存在なのである。⑥言いかえれば、定量を増大させることは無限なものへと接近することではない。というのも、定量とその無限性との区別は本質的に、量的でない**〔質的な〕**区別であるという契機をもつからである。⑦——同様に無限小は小さなものとして一つの定量であり、それゆえ無限なものに対しては絶対的に、いいかえれば、質的に大きすぎたままであり、無限なものに対立しているのである。」**（141/245-246）

④では、無限大とか無限小とかいうものは実はあくまでその論理的資格としては定量にとどまっており、無限なものは実際のところこの無限大と無限小に対立し続ける他者、それも「彼岸」とよばれるような交わることのない他者であることが確認される。その意味で無限大と無限小とは実は「無限」という規定にもとるものであり、それゆえに⑤と⑥では、無限大は「とるに足らないもの」（Unbeträchtlichkeit）でしかないと言われる。なぜなら無限大がどれだけ大きくなろうが絶対に無限なものに成ることはできないために、無限なものと質的に区別され、対立する規定でしかないからである。（矛盾の「誤った」表現だと先に言ったのは、おそらくはこの無限がこのように「とるに足らないもの」であるとい

うことを言いたかったのであろう。）無限なものは無限大にとってはどこまでも非存在であり、他者にとどまる。定量がどれだけ大きくなっても、それと無限なものに近づくということとは違うのだとヘーゲルは的確に事の本質を言い当てている。このように互いに絶対的な限界をもつが故に、無限大と無限なものとの区別は量的ではなく、「質的」なのである。⑦そして無限小も同様にどれだけ小さくなっても無限なものに近づきはせず、両者は質的に隔てられている。

こうして無限大と無限小の本性が明らかになる。

**「〔5〕①したがって無限大または無限小は、それ自身が無限進行にすぎない。②有限なものの彼岸として規定されるこの無限性は量的な悪無限性と呼ばれるべきである。③それは進行の無限性であって、質的な悪無限性と同じく、存続する矛盾の一方の項から他方の項へと、限界からそれの非存在へと、この非存在から新たに元の同じものである限界へと、永続的に行き来することであるにすぎない。④この往来は前進ではなく、措定、揚棄、そして再措定と再揚棄という一つの同じものの繰り返しである。**〔それは〕**それが揚棄するものが自分の揚棄する運動そのものを通じて連続するものとして否定的なものに還帰するという、否定的なものの無力である。⑤二つのものはともに結合されていながら、互いに端的に逃げ去る。そしてそれらは互いに逃げ合いながらも分離することはできず、それらの分離の中で結合されているのである。」**(141-142/246)

無限大と無限小はどちらも、或る定量として自分の限界を超えて他者となるが、その他者がまた定量であるのだからその自己を否定する運動は絶えず同じ定量としての自己を指定することでしかない。この定量の無限進行がすなわち「量的な悪無限性」である。たしかに無限大・無限小は自己を越えていく否定（揚棄）の力をもっている。しかしその力は自己を或る定量として措定しては否定し、ふたたび別の定量となるというように、定量が自己を否定しては肯定することをいつまでも繰り返すことにすぎず、その否定のなかで矛盾を廃棄し真の無限を措定するという運動ではない。量的無限進行というのは、否定ではあっても、自己を越え出ることができないという「無力」な否定なのである。定量と無限なものとは分離を克服することはできないかたちでしか結合されない。

こうしてこの節で量的悪無限性の概念が明らかにされ、次いでその克服が課題として提起されることになる。

**補論：「注解」での議論**

**「注解１」――観念論哲学における無限進行の扱いへの批評**

この節には二つの注解が付いている。「注解１」の議論の目的は、〔1〕を読むと分かる。

**「〔1〕①悪無限性は、通常、特に量的なものの無限なものへの進行――このように限界を先へ先へと飛び越えていきながら、限界を揚棄できない無力、限界へ絶えず後退すること――という形式をとって、何か崇高なもの、礼拝のごときものと考えられてきたし、また哲学においてもこの進行は一つの究極的なものと見なされてきた。②その手の長口舌は至る所に見出されるし、そうした言**

**葉はしばしば崇高な産物として賛えられてきた。③しかし実際には、この近代的な崇高さが対象を偉大にせずにそれを取り逃がしてしまい、むしろこれほど大きな量を自分のうちに飲み込んでしまう主観を偉大にするだけである。④だが、量的なものの梯子を登りながら、主観的でありつづけるこうした高揚が貧しいものであることは、この高揚が無限の目標に接近しようとしてもその働きは無駄であり、その目標に到達するためにはまったく別のやり方に手をつけなければならないということによって分かる。」**（142/246）

人間はこれまで無限進行に何か崇高なもの、神的なものを感じてきた。そして後で見るように近代哲学においてはこの無限進行を哲学のなかに取り入れようとされることがあったが、ヘーゲルはそのような試みによっては対象の真の無限性が捉え損なわれてしまうと非難する。たしかにそうした無限進行を思考できる主観の偉大さというものがそこで捉えられているようにも思えないこともないが、しかしやはり主観も無限性に達しようとして達することはできないのだから、近代の主観性の哲学における無限進行の取り扱いは失敗であり、結局自分のやっているやり方で真無限を捉えなければならなくなるのだと彼は言うのである。

さて、この「注解１」で批評されるのは、カント、フィヒテ、シェリングというヘーゲルの先達である。以下、要点だけを記すことにする。

ａ）カントに対して：〔2〕から〔8〕では、カントの無限進行についての見解に対するヘーゲルの批評が書かれている。ヘーゲルは、第一に、『実践理性批判』においてカントが星々を越え銀河系を越えて高揚する無限進行が思考にとって耐えがたいものであることを指摘していたと言って（〔2〕）、その限りカントを讃えている[3]。（〔3〕）。また天文学者は自分たちが無数の星や限りない空間・時間を取り扱っていることを天文学の崇高さのように誇ることがあるが[4]、ヘーゲルに言わせれば、天文学というものは「**〔5〕②…たしかに驚嘆に値するものであるが、しかしそれはこの学問のうちに現れる量的無限性のためにではなく、反対に理性がこれらの対象のうちに認識する度量の比例、そして法則のためであり、それらこそがかの非理性的な無限性に対する理性的な無限なものなのである**」（144/249）。つまり天文学も宇宙の量的無限性を取り扱っているが故に偉大なのではなく、その無限なものの内に存在している法則性（これは次の「度量」の章で扱われる）を捉えるが故に讃えられるべきものなのである。

第二に、ヘーゲルはカントがこうした悪無限性に対して別の無限性として「純粋自我」を対置していることを取り上げる。ヘーゲルによればこうした「**〔7〕①孤独な、自己の内にある自我**」はたしかに「**到達された彼岸**」（同）ではあるのだが、「**〔7〕②しかしこの純粋自我は自分の抽象と無内容に自分を固定しているために、定在一般、すなわち自然的宇宙と精神的な宇宙との豊かさを彼岸として自分に対置させてもっている**」（同）。したがってここには「**〔7〕③無限進行の根底にあるのと同じ矛盾が示されている**」（同）。同じ矛盾というのは「**〔7〕③自己へと還帰した存在が直接的に同時に自己外存在であり、自分の非存在としての自分の他者への関係である**」（同）ということである。自我は自己同一性をそなえた存在であると言いながら、自分の内容として想定しているものを自分とは無関係な外界から取って来なければならず、その内容抜きでは何ものでもない。そのためこの純粋自我と対象との関係は対象との一致を求めて一致できない「憧れ」に留まるものでしかな

[3] そこに引用されている文章は実は『実践理性批判』（Kritik der praktischen Vernunft）の結語（289）に書かれていることをヘーゲルが恣意的に書き換えたものである。

[4] 全集第 11 巻の注 143,31-144,3（S.426）で編者はこうしたイメージを与えている当時の通俗的な天文学者たちの著作を紹介してくれているが、現在の私たちにも共通のイメージであろう。

いということになるが（同)、ここに彼は無限進行を生み出すのと同じ矛盾を見出している。ただし最後にカントがこうした内面と外面にわたる二つの崇高性（悪無限性）が理性的研究にとって欠陥あるものだと気づいていることをヘーゲルは指摘している。理性たるものが**「〔8〕②…そうしたもの**〔二つの崇高性〕**とそれらに結びついた感覚のもとに留まって彼岸や空虚なものを究極的なものだととして通用させることはありえない」**〔144/250〕のである。

ｂ）道徳性と感性との関わり：次いでカントの道徳哲学が無限進行に基づいていることが批判される。こうした批判をヘーゲルはすでに質的無限性のところで行っていたが、〔9〕から〔11〕で改めてそれが量的無限進行との関わりで言及されている。ヘーゲルによれば、カントのように自由な純粋自我と多様な世界とを質的に対立させてしまうと、外的定在としての自然的世界の方は定量的に思い浮かべられることになり、したがって自然を規定する自我の運動も量的に捉えられて、「道徳性はますます大きくなり、感性の威力はますます小さくなる」という具合にイメージされることになる。しかし勿論どれだけ道徳性が大きくなっても、理性は実現不可能な彼岸であり続け、ただ彼岸に無限に近づいていくことが慰めとされる〔9〕。しかしヘーゲル言わせれば、純粋自我（理性・意志）と自然（感性）とが互いに全く無関心に自立していると想定されていることが問題なのである。だから理性的な意志が自然的な感性を規定あるいは否定して自分をさらに高めることをその本質としていたとしても、感性が意志によって完全かつ理性的に規定されることはないから、その活動は無限に続き、両者の無関心性は解消されることはない。したがって道徳性と感性との戦いは**「絶対的な相関」**(145/251)、すなわち永遠に同一性に達することのない相互対立（「腐れ縁」のようなもの）としてイメージされることになるとヘーゲルは言うのである〔10〕。

続く〔11〕はまとめとしてヘーゲルの考えをよくあらわしている一段だから、引用しておこう。

**「〔11〕①有限なものと無限なものとの対立を支配することができないという無力さは、大きさ**〔量〕**へその逃避先を求め、大きさを仲介者として用いることになる。なぜなら、大きさとは揚棄された質的なもの、無関心的になった区別であるからである。②だが対立の両項は質的に異なったものとして根底にあるわけだから、両項のそれぞれは、両者がその相互的な関係の中で定量として振る舞うことによって、まさにこの変化に対して無関心的である。③自然は自我によって規定される。だが、この否定は質的な否定ではなく、ただ量的な否定を含むにすぎないから、この区別はまさしく、自然そのものには関わらず、自然をそのあるがままのものとして存立させておくような区別なのである。」**(145-146/251)

有限なものと無限なものとのそれぞれを質的に異なったものとして前提するカント哲学の立場では対立を克服して一つの統一まで仕上げることのできないから、次善の策として、量を媒辞として統一をつくろうとした。しかし自我あるいは意志がいくら自然と感性を規定して自己を理性的なものに高めようとしても、その高め方が両項の量的関係を変化させるだけであれば、それらの質的対立関係は変化せず、理性と感性、自我と自然とは永遠に別ものとして存在し続ける。カントの道徳哲学はそのような量に立脚している思想だというのがヘーゲルの見方である。質的無限性において行った当為の哲学への批判がここではさらに深化させられている。

<u>ｃ）フィヒテに対して</u>：〔12〕はフィヒテ批判である。ヘーゲルはこれまで随所で彼の「知識学」を批判しているが、ここでもその批判の要点は変わりない。その哲学では、いくら自我が非我を規定すると言っても、両者が互いに他者とされる関係が真だとされている限り、その規定運動は永遠

に繰り返され、非我は絶対の他者、無限な障害であり続ける。だから自我と非我との関係は量的無限進行の矛盾に陥っているというのである。

d）シェリングに対して：「友」に対する配慮なのか、その名が挙げられていないが、〔13〕はシェリング哲学への批判である。シェリングによれば自我と自然、思考と存在という対立する両項はどちらも絶対者の一側面を表しており、根底においては同一であるが、ただ自然の方は物質要素、自我の方は活動的要素がより多くて優勢なだけである。シェリングはそのように思考と存在といった対立する両項の区別を量的差異に還元することによって絶対的なものの統一性を保証しようとしたのだが、ヘーゲルに言わせればこの思想には次のような欠陥がある。1）存在と思考という両項が互いに外的な関係性しかもてなくなり、相互の区別に無関心になる。2）それらの区別を含む統一が潜在的なものになってしまい、第三者による外的反省によってしか認識されなくなる。3）それでは存在は自分自身によって自分の統一を措定するのではないから、否定の否定を通じた真無限的な統一として把握されることはない。——ヘーゲルに言わせればここで必要なのは量的区別に甘んじることではなく、量的区別を否定する質的区別をそのなかに見出し、絶対的な統一を「否定の否定」の成果として把握することである。ヘーゲルはシェリングの立場に質を量に還元する数学的な合理主義を見出してそれに対し反論し、後の数学批判の叙述につなげている。

**補論２：「注釈２」の議論——「超越論的解決」への反論**

「注釈２」でヘーゲルはカントが『純粋理性批判』で検討した四つのアンティノミーの（二律背反）うち、第一のものを採り上げている。それは定立「世界は時間の内に或る始まりをもち、また空間に関しても限界の内に閉ざされている」と反定立「世界はいかなる始まりも空間の内での限界をも持たず、時間に関しても空間に関しても無限である」という対立した主張が同時に成り立ってしまうという問題である[5]。このアンティノミーをヘーゲルがここで取り上げるのは、それが〔**2**〕**①「時間と空間とにおいて世界に限界があること、もしくは限界がないこと」**（147/253）、つまり世界の量的なあり方が有限なのか無限なのかという問題だと彼が理解したからである。彼がここで論じているのはカントの無限性論ではなく、この定立・反定立のそれぞれについてカントが付した「証明」が不適切であること、なぜなら彼は証明すべきものを前提してしまっているために証明そのものが不必要なものになってしまったからだということにすぎない（148-150/254－258）。例えばカントが提示している「世界は時間において始まりをもつ」という定立を証明する論法はこうである。——仮に世界が始まりをもたないと仮定したとすると、或る所与の時間の点まで到達するためには無限の系列が経過したことになるが、そんなことは不可能だから、世界には時間的に始まりがあると言わなければならない——といった証明である。ところがヘーゲルに言わせれば私たちが或る時間の点というものをはじめに想定してしまうならば、そこから始まる時間の点をも想定することができてしまうので、世界に始まるがあるのは当然だということになるわけだから、ヘーゲルはそれを前提を密輸入することだと批判するのである。ここではこうした批判を詳しく追わず、カントの証明法に対するヘーゲルの総括的批評だけを見ておこう[6]。

---

[5] 『純粋理性批判』B454-457。

[6] カントの二律背反論からヘーゲルの量的無限性の意義を論じたものとしては山口祐弘『存在の諸相』157-188 頁を参照。

「〔14〕**…定立と反定立およびそれらの**〔カントが叙述した〕**証明によって表されているのは他でもない、一つの限界が存在するということ、そしてその限界は同時にただ揚棄された限界にすぎないということ、という**〔二つの〕**主張が対立していること、言いかえれば、限界は或る彼岸をもつが、限界はこの彼岸と関係し、そこへ向かって超え出ていかなければならないが、しかしそこ**〔超え出て行った先〕**において再びいかなる限界でもない限界が発生するという**〔二つの主張が対立している〕**ことである」**（150/258）

つまりヘーゲルによれば、定立・反定立のどちらも「定量は限界をもつが、その限界は常に同時に超えられてしまうような限界である」ということを言い表しているにすぎない。「限界をもつ」という点から見れば、世界は始まりをもつと言うことができるし、「その限界は常に越えられる」という点から見れば、世界は始まりをもたず無限だと言うことができる。ヘーゲルの反論は、この自己矛盾はそもそも定量という概念に含まれている矛盾そのものなのだと理解しなければならないということである。そしてその立場からヘーゲルはカントの解決を次のように批評している。

「〔15〕**これらアンティノミーの**〔カントによる〕**解決は、先に述べたそれと同じく、超越論的である。すなわち、この解決は空間と時間とが直観の形式として観念的なものだと**〔カントが〕**主張するがゆえに成り立つのである。つまりその解決が意味するところは、世界が自分自身に即して自己矛盾しているのではなく、自己を揚棄するものでもなくて、意識が自分の直観する働きにおいて、また悟性と理性に対する直観の関係において、自己自身に矛盾する実在なのだということである。」**（150/258）

カントは空間と時間とは物自体の存在様式ではなく、人間が対象を直観する際の主観的な形式なのだと主張した。だから世界の空間的・時間的な始まりという問題で無限進行という矛盾が現われてしまうのは、世界自体の自己矛盾した存在様式の表現ではなくて、人間の感性に与えられる直観の対象がそのまま主観から独立した物自体として存在するという誤った前提を主観があくまでも立てていることにある。つまり直感の対象を「物自体」と想定してしまうと、人は有限な現象を総括する世界全体も人間の感性に与えられていると誤解し、その誤解に基づいて世界全体の真の姿を把握しようとして、世界自体には始まりと終わりがあるとかないとかいう議論があたかも真剣な問いのように成立してしまう。しかしカントによれば世界は我々が客観的な現象の系列に体系的統一を与えようとするときに使われる理念にすぎず、世界の全体は人間の直観に与えられていない。したがって、世界について始まるがあるとかないとかいう議論をしても無駄だということになるので、この定立・反定立がともに誤った推理であると彼は主張した。人間にできることは現象の条件の系列を無限に背進することだけで、その現象全体を根底で支える無条件的なものなどは把握できない[7]。それがカントの主張であったわけだが、カントのようにこのアンチノミーの本質を人間的理性の振る舞いから生じる矛盾だと考え、その解決を「超越論的」に、すなわち人間精神の主観内で図ることにヘーゲルは反対したのである。ヘーゲルはあくまでも量的無限性の矛盾を量という存在様式そのものの概念規定からの帰結であると主張する。これはヘーゲルの存在論の立場からしてみれば当然であるが、そうした彼の姿勢がよく分かるということがこの注釈の意義である。

なお、こうした思想を現代の知識から批評することはまったく無意味だということを認めたうえ

[7] 『純粋理性批判』B 536-556 頁。

であえて言うならば、カントの問いは空間・時間の始まりが自然科学の対象となってしまった今においてはもはや意義が薄れたが、そうした思想のもつ論理的含意を解明するヘーゲルの姿勢の方はなおも普遍的意義をもつものだと私は思う。

## ３．定量の無限性　*Unenclichkeit des Quantums*

「３．定量の無限性」の節の課題は、量的無限進行から定量における真無限に当たる規定を導出することにある。テキストは番号「1」と「2」で分けられている[8]。だがその大部分はこれまでの回顧・確認であるから、大事な叙述だけを引用し検討してみることにする。

### １）無限進行における「否定の否定」・矛盾の解消〔**1**〕－〔**6**〕

「1」でヘーゲルは無限進行のなかにすでに「否定の否定」があることに焦点を合わせようとしているが、そのうち〔1〕から〔4〕まではこれまでの回顧である。「無限大のもの」あるいは「無限小のもの」としての「無限な定量」という概念はそもそも自己に矛盾している。なぜなら、定量であるならばそれは無限ではなく、無限であるならそれは定量ではないはずだからである。この矛盾の解消形態が「無限進行」であったわけだが、それは**「内包的な大きさとして自分の実在性に到達したところの定量の本性」**（150/158）を表していた（〔1〕）。内包量としての定量、例えば温度などが無限に増減して自己の現在を超え出ていくことができるということこそが定量の本性、すなわち定量の自己同一性、その規定態である[9]。それをヘーゲルは**「〔2〕②…定量はその絶対的な規定態をむしろ自分の外に持つ」**（150/259）、あるいは定量が**「自己外存在」**（同）であること、すなわち定量が自分の存在根拠を自分のうちに持たないということをここで繰り返し述べている。それが定量の本性である以上、定量が自分の規定態あるいは限界を超えて自分の彼岸に達したと言っても、それは或る定量が他の定量になっただけであって、この他の定量も再び自己を否定して他の定量（自分の彼岸）へと移行し、進行は無限に続く（〔2〕~〔4〕）。ところがこの無限進行においては或る定量が他の定量に還帰しているわけだから定量としては自己同一性を保っているのであって、すなわち自分が「自己外存在」であることを否定していることになる。絶えず増減して自分の一定のあり方を否定するが、この自己否定がそのまま自己肯定となるという、この無限ループこそが定量の本性だというわけである。そこで〔4〕の最後の文でヘーゲルはこう言う。

**「〔4〕⑤定量は自分の外面的存在によってまさに定量自身である。このことがまさに定量の規定態を、もしくは定量であるところのものをなしている。⑥だから無限進行のうち**

---

[8] 二版では「1」のみがあり、「2」がない。おそらくヘーゲルが「1」を消し忘れたのであろう。というのもこの項の叙述は二版においては短縮され簡潔にされていて、1、2 といった区別を必要としなくなっているからである。たしかに二版の叙述の方が分かりやすくなっているので、以下の解説でも初版の冗長なところは省くことにする。ただし、両版での論理の展開には特記すべき違いはない。

[9] 第二版ではこのことがもっとはっきりと強調されている。定量は**「内包量として自分の実在性を到達し、いまや自分の定在というかたちで措定されていて、それが定量がその概念においてある様なのである。この同一性こそが考察されるべきものである」**（2:233/83）。こういう実在性をヘーゲルは二版ではしばしば「定在」と表現している。

**で定量の概念は、それが自体的にある姿で存在している。そして定量を揚棄する働きが、しかし同様に定量の彼岸を揚棄する働きが**〔無限の〕**進行のうちに現存している。言いかえれば定量の否定とともにこの否定の否定もまた現存している。」**（151/259）

或る定量が自分の限界を超えて彼岸に至ることはその定量の否定であるが、この彼岸とは別の定量なのであるから、定量はなお定量にとどまっている。だからこの彼岸が定量の否定であることはすでに否定されているのだから､定量は自己に還帰していることになる。ここに「否定の否定」の運動があるのだとヘーゲルは言う。なんだかへ理屈のようであるが、ここにはなかなか重要な意味がある。それについては〔5〕でこう述べられている。

「〔**5**〕**①定量を超え出ていくことは定量の否定であり､無限なものである。しかし､**〔ここでは〕**或る新しい定量が措定されているのであり､このことは無限なものの否定である。…②したがって無限進行の真理とは、定量と定量の彼岸が措定されているということ、しかし**〔同時に〕**それらが揚棄されたものとして措定されているということである。③だから無限進行の真理は**〔定量と定量の彼岸という〕**両者の統一であり、そこでは両者は存在してはいるが､**〔ただ〕**契機として存在している。」**（151/260）

この文章は、これまでのヘーゲルの論理に従って、否定の否定が現われた段階では前段階の対立する二規定はそれらの自立性を否定されて新しい統一の二契機になると言っているにすぎない。こうして定量とその彼岸とを契機として含む新しい統体性が登場しているというのだが、この新しい論理段階がどういうものであるかはまだ言われていない。ここで分かるのは、定量は彼岸に超え出ていっても定量であり、無限進行の真理は一方では定量の自己同一性が回復されたということだけである

そしてヘーゲルは､「〔**6**〕**①したがって、無限進行は矛盾の表現なのであるが、以上のことが矛盾の真なる解決である。②大きさとは無関心的なもしくは外面的な限界である、ということが大きさの概念なのであるが、ほかならぬこの大きさの概念が回復されることによって矛盾は解消されるのである」**（151/260）と宣言し、同じ段落の最後ではこう言う。

「〔**6**〕**⑥しかし、無限進行のなかにはもっと多くのものが、――単なる直接的定量の揚棄もしくは単なる第一の揚棄より以上のものが現存している。そこにおいてはこの悪無限的なものもまた、――新しい限界によって揚棄されている。したがってそこには否定の否定が、いいかえれば、真に無限的であるところのものが現存しているのである。⑦――しかし定量の概念はただ回復されただけではなくて、それはれそのさらに進んだ規定を獲得したのである。**〔つまり〕**自分の概念によって規定された定量が発生しているのだが、それは直接的な定量とは異なったものなのである。」**（152/260）

読者をイライラさせるような叙述が続くが、ヘーゲルが言っているのは、無限進行に論理的に反省を加えてみれば、そのうちにすでにそれを否定するものが現れていて、この「否定の否定」の成果として定量の概念は回復されたのだということである。当然その概念は

もはや「直接的な定量」ではなく、「媒介された直接態」になっている。つまりここで「定量」と「定量の彼岸」とを両契機とする媒介された定量の概念が成立したというのである。ただしその「否定の否定」あるい「真に無限的であるところのもの」を提示するのは次の「量的比例関係」に持ち越される、その前にこの否定の否定の意義が確認される。

**2）定量における質の回復〔7〕～〔14〕**

「2」と番号が打たれたところの最初の段落である〔7〕では以上のことは、定量の彼岸は**「ただ定量の非存在という意味よりもさらに規定された肯定的な意味をもっていて」**（152/261）、そして「否定の否定」の成果は**「この彼岸の揚棄と、その揚棄と定量そのものとの合一」**（同）であると言われている。これは無限進行は定量を絶えず越え出ていくことであるが、この越え出ていくことはまた定量に帰ってくるという運動にすぎないということの確認である。

それ以降ヘーゲルは〔8〕から〔10〕に渡ってこれまでの叙述を整理し、定量の他者であるはずの彼岸、定量を否定するものである外面性が定量自身の必須の契機であり、自己を超え出ることこそが定量そのものの規定なのだということを強調している。しかしここの叙述も冗長な繰り返しにすぎない。彼も二版では無用と判断したのであろう、削除され、叙述は簡潔になっている。そして〔10〕に入っても、定量は一方の側面では彼岸に向かって自己を越え出て行くものであるが、他方の側面では、この彼岸はふたたび定量と規定されるので、定量は自己に還ることがまた確認されている。自分の叙述に自信がない人のごとく彼は念入りに確認を繰り返すが、ようやく〔10〕の最後の二つの文になって新しい展開が現れる。

「**〔10〕④両側面**〔定量とその彼岸としての無限性〕**は、定量が、そして定量の否定**〔彼岸〕**が否定されることを表現している。したがって、定量の無限な自分自身への関係、**〔つまり〕**定量の自体的に規定された存在が措定される。⑤単に悪無限性にすぎず、定量の彼岸にすぎなかった無限性が定量に帰属するのであり、定量はそれ自身が無限なのである。」**（153/262）

定量は無限に限界を超え出て増減するものだと規定されているが、限界を超え出た先にある彼岸というものがまた定量であるから、定量は再び自己に還帰する。無限に増減して自己同一性を絶えず否定するという定量の運動そのものこそが定量の自己同一性である。つまりこの運動は、定量がいったん自分の量的限界を超えるというかたちで自分を否定するが、この自己否定の結果は再び定量である。この「否定の否定」の成果として「定量はそれ自身が無限なのである」と彼は言う。ここで論理は転換される。無限進行（悪無限）のなかで定量が自己同一性を保っているという新しい事態、すなわち真無限がここに登場することをヘーゲルは告げようとしている。

この「否定の否定」の成果が定量の新しい規定であるのは、定量のこの否定の否定においては**「〔11〕①…無関心的な限界としての、〔つまり〕このように繰り返し自己を超え出ることとしての定量は揚棄されている」**（153/262）からだと彼は言う。ここで「限界」の意味が転化する。定量の限界はそもそも限界でないような限界であり、定量は限界を超え

ていくらでも増減できた。しかしいまや「〔11〕⑤**このため、限界はふたたび質的になっている**」（同）。ここでようやく停滞していた論理が再び動き出す。絶えず自分の限界（G1）を越え出て行くことのできる或る一定の量という規定から進んで、いまや定量の概念は「無限進行のなかで自己同一を保つもの」に変化させられる。ヘーゲルはそう言ってはいないが、これが定量における「真無限」である。この際、乗り越えられていく個々の限界（G1）はもはや限界ではなく、自分の限界を超えてどれだけ増減したとしても自己同一性を維持するということがいまや定量の進んだ規定、すなわち新しい限界（G2）である。

この新しい限界をイメージするには、次の二つの表現を挙げるのがいいだろう。一つは「定量はいくらでも増減できる」——これが従来の定量の概念である。今一つは「家はいくら大きくても小さくても家である。」——この表現では量的増減は家という質に何ら影響を及ぼさない。しかしそこには量的増減に無関係に「家」という質的限界が保たれていることが語られている。これが G2 である。この意味での限界（G2）を超えると家は質的に違う他のもの（例えば犬小屋や宮殿）へ転化してしまうが、この転化を表すカテゴリーはもはや定量ではなくて、次に出てくる「度量」となる。質的変化を引き起こさない範囲内で量の変化を許すことが新しい意味での定量の限界（G2）である。したがってこの限界はいまや質的なものになっているとヘーゲルは言うのである。

このような抽象的な論理的進行を聞くだけではその意味するところはまったく分からないので例を挙げてみると、分数がそれにあたる。1 を 3 で割った答えを 0.3333…で表せば無限進行であるが、$\frac{1}{3}$と表記すれば無限進行は「揚棄」されて一つの限界をもつ定量として示されている。そしてこの分数において分子 1 と分母 3 は相変わらず従来の規定通りの定量であるから、私たちは分子を 2、3、4…と、分母を 6、9、12…と無限に増やしていくことはできる。しかし$\frac{1}{3}$が$\frac{2}{6}$、$\frac{3}{9}$となっても、それが表している関係は変化せず、一つの自己同一的な、すなわち質的な規定となっている。限界が質的になったとヘーゲルが言っているのはまずはこういうことだと押さえておけばいい。（さらに詳しくは次の「注釈」で展開される。）ついで彼はこう言う。

「〔12〕①**それゆえ、無限進行の中でただ非存在、彼岸という空虚な意味しかもっていない無限なものは、実のところ質にほかならない。②定量は無関心的な限界である。それは自分を超え出て無限なものへと向かう。したがって定量が求めているものは、自体的に規定された存在、〔つまり〕質的契機以外の何ものでもない。③しかし、この質的契機は定量の彼岸なのではない。それは定量それ自身のうちに存している。④というのも、まさにこの超え出ていくことそのもの、もしくは、定量の彼岸、定量の否定こそが、定量を定量たらしめるところのものだからである。このことは定量の規定態それ自体である。まさに定量の無関心性こそが定量の規定そのものなのである。**」（153/262-263）

この新しい定量の定義に立ってみると、無限進行において「非存在」とか「彼岸」とか呼ばれうるものは、本当は量的限界ではなくて質的限界であることが分かる。定量の限界はすぐに増減して乗り越えられてしまうので、本来定量の限界と呼ばれるべきものはこの

増減に関わらない質的契機でなければならないのである。だが質的契機と言っても、ここで問題になっているのはまだ定量を超える質的限界ではなく、定量と結びついた質的契機である。実はこの契機は定量が無限に増減するということの中にすでにあった。たしかに自己の限界に無関心にどんなに数が増減しても定量は定量だという意味での「無関心性」がこれまでの定量の規定態であったわけだが、まさにそのような無限進行のなかで定量はあくまでも定量にとどまり、それこそが定量というカテゴリーそのものの規定となっている。だから④の終わりでは「定量の無関心性が定量の規定そのものだ」と言われていても、その意味はすでに変わっている。それは「いくらでも増減できる」ということから「いくら増減してもその定量の変化に無関心に一つの関係を保ちつづける」という意味での無関心性への変化である。この新しい無関心性こそ実は無限進行する「定量が求めているもの」とされ、この意味での無関心性を体現しているカテゴリーこそが「自体的に規定された存在」あるいは「定量の規定態それ自体」であると定義される。この新しい規定によって定量はいまや質的な自己同一性をそなえるようになっているのである。

続く〔13〕でヘーゲルが確認しているのは、そもそも定量は質を否定して質に無関心になったものであったが、ここでその定量の無関心性が否定されたために否定の否定が成立したこと、すなわち**「〔13〕②それゆえ定量は否定された質の否定である。言いかえれば定量は質の回復である」**（153/263）だということであるが、これも定量が無限に自己超え出て行くこと（悪無限）のなかに変化しない恒常のもの（真無限）が発見されるのだという全く形式的な論理を繰り返しているにすぎない。そして最後の段落でようやくヘーゲルが何を語ろうとしたのかが明かされる。

**「〔14〕①しかしながら、無関心的な限界としては揚棄されて質的に規定されている定量は、量的な比例関係〔量的な相関関係〕である。②比〔相関〕において定量は自己に外的であり、自己自身とは異なっている。しかし、定量のこの外面性、〔つまり〕他の定量への関係は、同時に定量の規定態を形作っている。相関において定量は無関心的な規定をもつのではなく、質的な規定をもつのである。定量は自分の外面性において自己へ還帰している。」**（153/263）

ヘーゲルは定量の矛盾の表現であった無限進行からその矛盾を解消した真無限性を引き出したかったのである。それは「量的な比例関係〔相関関係〕」だとここでようやく種明かしがされる。それは一つの定量の直線的な無限進行から二つの定量の相関関係あるいは比例関係にカテゴリーを移すことである。二つの定量が相互に関係しあうところでは、その関係そのものは量的性格を超えて質的な性格を示す。例えば 1 と 3 は定量で、無限に増減しうるが、1 を分子とし 3 を分母とする比としての相関関係をつくってみると、分母の 3 が 6、9…と無限進行しても、分子の 1 が 2、3 と相関的に進んでいけば、$\frac{1}{3}$が$\frac{2}{6}$、$\frac{3}{9}$となるだけで、どれも$\frac{1}{3}$に等しい。だから$\frac{1}{3}$という比例＝相関関係は持続する自己同一性を獲得してお

り、それが定量の領域内で甦った質だとヘーゲルは言いたいのである[10]。こうして無限進行のなかで自己同一を保つもの、どれだけ増減しても変わらないもの、定量の領域内部での真無限に相当するカテゴリーは「量的な相関関係＝比例関係」だと明かされて移行は完了する。

**補論：バランスの悪いテキストの問題**

それにしても、テキスト「3.定量の無限性」の叙述はこれだけのことを言うだけにしては長すぎる。実際二版において冗長と感じられる叙述は多少減らされて改善されている。この「3」は量的比例関係への移行だけを目的とするテキストで、「2.無限進行」の末尾に一、二段落程度で簡潔に述べることのできたのではないかと思われる。それが不必要に長い叙述となったのは、一つにはヘーゲルはそれを「3」として独立させたために、体裁を整えようとしてからであろうが、さらに考えられる理由は、この説に付けられた長大な「注釈」との関係である。この注釈は当時の「微分法」における「無限小」をめぐる論争にヘーゲルが切り込んでいったもので、彼が本文のなかで中々正体を明かさなかった無限進行のなかの真無限として何を考えていたのかということが注釈を読むとようやく分かる仕掛けになっている。そのため長大な注釈が本文を抑えて「定量の無限性」についての叙述の主役になってしまっている。この主役化した脇役に比して明らかに見劣りがする「3」の本文に多少の権威をもたせるために叙述を引き延ばしたという理由もあったであろう。しかしいくら引き伸ばしたところで、本来の主役の座を注釈に奪われてしまっていることは隠せない。そもそも、次の「第三章　量的比例関係」の章は、この注釈で書かれた知識を前提しなければ十分に解読することができないのである

## 「注釈」の課題
## ――微分法における「無限小」の取り扱いへの批判――

ヘーゲルはこのＣの「3.定量の無限性」の後に異様に長い注釈をつけている[11]。では、そもそもこの長すぎるとしか思えない注釈を彼はなぜ付けなければならなかったのだろうか。通常ヘーゲルが注釈で論じるのはその章・節にまつわる補足的議論や、哲学史的背景などであり、それを読まなかったとしても本文の論理展開そのものの理解に支障をきたさないようなものである。ところが、この注釈は違う。それを読まないと後の「第３章　量的比例関係」の章が理解できないという点でも異様な注釈なのである。それは量的無限進行の中に現れた質的なもの、すなわち「量的比例関係」とは一体なんであるのかがそこで明かされているからである。

[10] では分数表記できない小数、例えば円周率などの場合、3.1416…をπと記号化し、一つの質的性格をそなえたものとして扱えば、それも真無限的認識になるのかというと、そういうわけではない。そこには二つの定量の比例関係が表現されていないからである。ただし、もしかしたらヘーゲルも、そのように記号化でき、ひとまとまりの数として考えることができるいうことが、円周率が質的性格を持っていることの証であると答える可能性はある。

[11] しかもそれでは足りなくて、第二版ではまた長い注釈を二つも追加している。この二版で追加された二つの注釈は本稿では扱わない。もちろんそこには「量的比例関係」の楽屋裏を理解させてくれる情報は豊富に含まれてはいるので、時折利用はするが、最初の注釈だけでも「量的比例関係」の論理を理解することはできる。

**なぜ無限小解析＝微分法がこの「注釈」で論じられるのか**

ではこの注釈で一体何か論じられているのか。初版のこの「注釈」は第二版で「数学的に無限なるものの概念規定態」という題がつけられた。（初版と第二版では書き替えや補足があるが、大筋において変わりはない。二版で補う必要があればその都度指摘する。）この注釈でヘーゲルが考察するのは、微分（英：differential 独：Differential）の計算で用いられる「無限小」という概念がなんであるか、そしてその無限小を微分計算に導入する基礎についてであり[12]、その材料はヘーゲルの時代に至るまでの微分法をめぐる論争からとってこられている[13]。

現代の数学の立場とは違って、近代において数学は量を計算する科学――ヘーゲルは当然のようにそう前提していたわけだが――であり、その最強の方法となったのがニュートンやライプニッツが開発した微分・積分法であり、そこからオイラーが生みだした関数 funktion の思想である。今日一般的に定式化される関数 f（x）＝y においては、x と y とは連続的に変化する量であるが、x の変化が y の変化をもたらすというように記述することができるから、x が分かれば y が分かる。つまりそれは x が原因となり、結果 y を導き出すという量的因果関係を発見する機能 function をそなえている。この方法の開発によって時間・速度・質量・長さなどの、絶えず変化していく量 x と y の間の相関関係・比例関係を明確に計算することがはじめて可能になった。それは例えば風の強さや方向、気温の変化や彗星の接近する日の予測などの自然現象の解明にも、またロケットや人工衛星を打ち上げる際の運動の調整などにも使われる万能の方法であり、そして微積分なくしては自然から富を得ようとする近代産業からの要求も満たされることはなかった。その意味でこの方法の開発は近代の学にとって画期をなすものであり、ヘーゲルも並々ならぬ関心を寄せていたのである。

ところで、微積分がそれほど強力な武器であることが明らかにされようとしていた時期であったが、当時の人々は微分法の中にある大きな欠陥があると指摘していたし、そして誰よりもヘーゲルがそのなかに自分の方法論を台無しにしかねない或る大きな問題性を発見していたのである。それはこういうことである。――ライプニッツに代表される初期の微分法はその計算を仕上げる際に、連続的に変化する量をいったん無限に小さな量に分割し、最後にその無限小を無視するという手続きをとっていた。この無視をヘーゲルは無視できなかった。なぜなら彼の思弁的方法は無限進行から真無限を導くという手続きをその

[12] 二版で追加された第 2 注釈の第一段落（GW21,S.273）で、ヘーゲル自身がそう説明している。

[13] ところで、先の「定量の無限性」の節ではヘーゲルは無限進行の二契機を「無限小」と「無限大」だと言っていたのに、なぜこの注釈では「無限小」だけを対象として、「無限大」を扱わないのであろうか。おそらくヘーゲルにとっては克服すべきものは量的無限進行であり、無限小と無限大は方向を異にしているだけでどちらも「無限進行」という概念に包摂されてしまうから、無限進行から真無限への論理的カテゴリーの進展を示すことができればそれで十分だと考えたのであろう。ただし無限小の方はまさに数学という学において対象として論じられていて、そして微積分法は無限小のなかに真無限と言えるようなものを見出す方法であった。ヘーゲルとしては我が意を得たりというところであり、これを自分の論理学に取り込もうとした結果、無限小だけが問題となったのであろう。

核心としていたのに、微分法の手続きは無限進行からその無視へと進むのである。ヘーゲルも微分法の計算結果が極めて正確だと認めざるを得なかったし、それだけにいっそう彼にとっては無限小の無視は自分の方法が完全に無視されているかと思われるほど忌々しいものだったのであろうし、これをきちんと批判しないと自分の論理学の、その量論の試みそのものが無駄に終わるとさえ思えたのであろう。そこで彼はこの手続きを批判するために長大なページを割いて「注釈」で微分法の検討に乗り出し、二版においては執念深くさらに2つのまたしても長大な注釈を加えて微分法と積分法の検討を行ったのである。

この（計３つの）注釈はたしかにその長さだけからも読者をも研究者をもへきえきとさせるものであるが、彼は当時の微積分法についての深く理解しており、またそこには少なからず的確な指摘もなされていて、決して数学の素人である哲学者が的外れな哲学的批判をしているという水準のものではない。しかしながら、この（３つの）注釈にあまりに深入りしては私たちの目的――ヘーゲルの「量」の属する論理的カテゴリーの進展を理解するという――からそれてしまう危険がある。それはヘーゲルの数学論として独自の研究がなされるのが望ましい。そこでここではヘーゲルの微分法批判の詳細な論理や歴史的背景の検討は行わず、彼の方法論を理解するには欠かせないところに焦点を当てて考察することにする。ヘーゲルのこのテキストで前提されている数学史については、筆者にはそれを明らかにする科学史の力量はないので、渡辺祐邦の詳細な研究に依拠することにする[14]。数学史に関心のある読者にはこの渡辺氏の注解を一読することをお勧めしたい。

**関数の微分可能性の定義**

さて、ヘーゲルがそれほど微分法にこだわったのは、彼の形而上学的な思想のゆえである。彼の思想の根底にあるのは、すべての存在を貫く法則性、論理が存在するという単純な原理である。現実に起こっている物事の変化が完全に偶然的で実際に予測することが不可能なランダムなものであるならば、私たちに複雑な現実に対応するすべはない。しかしランダムなように見える運動にも実は何らかの法則性があるとヘーゲルは確信している。私たちの日常的な感覚では偶然としか思えない物事の変化にある一定の法則性を量の領域において捉えるための武器こそ、その法則性を無限に小さな量を集積から得ようとする微分法であった。だからヘーゲルは量論で何としてもこの微分法についての理解を表明したかったのであろう。

ところで、以下のヘーゲルの議論を理解するためには一般的知識として「関数の微分可能性の定義」を知っておかなければならないので、最低限の説明を以下でなしておくことにする[15]。

グラフに直線で表示できる、安定した傾きを示す方程式の場合に両項 x と y との相関関係あるいは比例関係 Verhältniss[16]は例えば y=2x のように簡単に示すことができる。それに

---

14　渡辺祐邦「ヘーゲル『大論理学』の数学的無限に関する「注釈」の訳と註解（その１）」および同論文の「その２」。このうち、前者・渡辺（2004）を以下単に「渡辺」として頁数とともに記す。後者については渡辺（2005）と記す。渡辺氏が扱っているのは第二版であり、二版の段落番号を示しながら書いているので、本稿でも参照しやすいように本稿でも【】のうちに第二版の段落番号を記しておく。

15　高木貞治『解析概論』を参考にした。高木氏の本は 1938 年の刊行以来、現在に至るまで読み続けられている微積分のテキストである。とはいえ上の解説は高校参考書で言われている程度のことである。

16　今まで断らずに相関関係・比例関係と訳してきたのは Verhältniss である。これはヘーゲル論理学の用

対して、例えば速度が一定でない場合には、時間と距離をグラフで表そうとしても速度の変化は複雑な曲線で表示され、単純にその傾き（変化率）を求めることはできない。では、y＝ax のような直線の場合に倣って、グラフ上の曲線を両項の比例関係として示すのはどうしたらいいか。このような場合に威力を発揮するのが微分法である。

まず x 軸上にある曲線の上に点 x をとり、次いで x からいくらか離れたところに 2 点目を採って、この 2 点間を直線を引く。この x から進んだ点は x+p あるいは $x_1$ と表記できるが、一般的にはこの増えた分（$x_1$－x）を Δx と表示する。（Δ・デルタは「変化」を表す記号であるが、差分 differential（英）の d とも解説される。）したがってこの x から Δx だけ進んだ数は x＋Δx と表すことができる。そして関数において x に対応する数を y、$x_1$ に対応する数を $y_1$ とすれば、同様に y の増分は $y_1$－y=Δy と記すことができる。

さて、x をグラフの横軸、y を縦軸とする関数は y=∫(x)と表示される。この場合縦軸が x のときの y の値は∫(x)、x＋Δx のときには∫(x＋Δx）と表される。だから x から Δx の間に増えた y は∫(x＋Δx）－∫(x)と表される。例えば y=∫(x)を y=2x とすると、x が 2、Δx が 4 のとき、y＝∫(x)は 4 であり、∫（x＋Δx）は（2+4）×2 で 12 であり、y の増分∫（x＋Δx）—∫(x) は 12-4＝8 である。ところで、x の純粋な増分は（x＋Δx）－x であるから結局 Δx なので、∫(x)から∫（x＋Δx）までの y の増分も単純に Δy と記すことができる。

さて、いま x 軸の数値が x から x＋Δx へ変化し、y 軸が f (x)から∫(x＋Δx）に変化した数どうしの相関関係・比、いわゆる「傾き」は、$\frac{\text{y の増加量}}{\text{x の増加量}}$ となるが、先の数式を使うと、$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$、あるいは単純に$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ と表すことができる。これが変化率である。例えば x を時間、y を距離とすれば、時間が x 分から（x+Δx）分まで進むと、y も（y+Δy）まで進むが、この増えた分の間の平均速度がごく短い時間であっても分かるわけである。

さて次に Δx を限りなく 0 に近づける、あるいは x＋Δx を限りなく x に近づける（「極限」まで近づける）と二点間の直線だったものはグラフ上の曲線と 1 点で接するかのようになり、その接線の時点での瞬間の傾きを以下の様に表すことができる。

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

この「瞬間の傾き」は例えば速度であれば瞬間速度を表しているが、これが x で y を微分したときに得られるはずの「極限値」あるいは「微分係数」であり、伝統的に次の記号で記すことになっている。

$$\frac{dy}{dx}$$

この記号は dy を dx で割った商であるかのように見えるが、極限値・微分係数を表す記号であって、分数ではないと定義される。もっとも微分係数は「微分商」と言われることもあるのでややこしいが、後のテキストで見るようにヘーゲルもこれを分数ではない一まとまりの値とみることを主張してそれを「量における質の回復」と規定するのだが、それ

語としては本質論の関係全般を表すカテゴリーであり、その場合には相関・相関関係と訳せばよい。しかしここではそれは一般的な相関関係ではなくて二つの量の「比」を表している。そこで本稿では量論における Verhältniss は「比例関係」と訳すことにする。しかし文脈によっては「相関」、「相関関係」、「比」「比例」などと訳した場合もある。

こそまさにヘーゲルのテキスト理解の核心になるので留意しておく必要がある。

このように、グラフ上の曲線から、無限に近い二点を採ると、曲線も直線に無限に近づき、これによって x から x＋Δx までの変化が無限小の場合の変化率を測ることができるようになる。つまりこの極限値が存在することをもって関数、∫(x)は x において微分可能であると定義されるのである。

以上のことをヘーゲルが「量的比例関係」の章で真無限と見なす冪乗の関数で考えてみよう。例えば $y=x^2$ を x で微分してみることにする。この命令は $\int(x^2)dx$ と書かれる。この関数おいて、x が 3 から 5 へと増加するときの変化率は $5^2-3^2/5-3$ であるから「2」となる[17]。

これを計算式で示すと $\lim_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{2\Delta x \cdot x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$ となる。このとき Δx は無限に 0 に接近する、すなわち極限にまで近づけるということが命令されている。そこでこの Δx を 0 見なして無視すれば、2x だけが残る。こうして $y=x^2$ を x で微分すると y=2x という関数、すなわち「導関数」が導かれる。こうして $y=x^2$ の場合 x と y との関係を表わす値（ヘーゲルの言う「比」）は「2」という数値で捉えることができる。（導関数を積分すると元の関数に戻るのであるが、ここでは微分だけを考えればよい。）

さて、ヘーゲルのこの長い注釈を読むにあたって筆者はこの基礎知識だけで理解できるように以下の解説を書くつもりである。なぜならヘーゲルがこだわったのは、このときに Δx を 0 として無視するという手続きを認めてしまったら、彼の論理もまた概念的に正当化されていないことになってしまうというただ一点にあったので、上のことを抑えておけばヘーゲルの主張のだいたいは理解できるし、それのカテゴリー化の意義も分かるからである。こうして微分法における無限小＝0 という想定に反駁を加え、数学的無限の概念的本性を明らかにし、微分法の哲学的な正当化を果たそうとしてヘーゲルはこの長い長い注釈を書いた。この大哲学者が数学の最前線の問題に挑み、そこから得たものをいかにして自分の論理学に取り込んでいったのかをこれから考えてみることにしよう。

参考までに彼がここで取り上げた数学者たちの著作刊行の簡単な年表を記しておく。

　　ケプラー（1571-1630）

1635　カヴァリエリ（1598-1647）:『連続な不可分量の幾何』／不可分量に基づく無限小解析の研究。

1637　デカルト（1596-1650）:『幾何学』(『方法序説』の一部）／幾何の作図問題の解決に代数を利用する。「幾何学的曲線」を考察し、道具として「法線法」（接線法）を案出。

　　フェルマ（1607-65）

1682　ライプニッツ（1646-1716）:『分数量にも無理量にも適用される、極大と極小および接線に対する新しい方法、並びにそれのための特殊な計算法』／万能の接線法（曲線上のどの点にも自由に接線を引きことのできる方法を論じる。

1684　ライプニッツ『極大と極小に関する新しい方法』

---

[17] 分数表記をすることがむつかしかったり、醜くなってしまう場合には、特に断らずに a/b というかたちで分数を表す。

1686　ライプニッツ：『深い場所に秘められた幾何学、および不可分量と無限の解析について』／微積分が「無限解析」と呼ばれる。
1687　ニュートン（1642-1727）：『自然哲学の数学的諸原理』／それまで研究していた「流率法」を力学に応用。
　　　ヨハン・ベルヌーイ（1667-1748）
1696　ロピタル(1661-1704)：『曲線の理解のための無限小解析』／ヨハン・ベルヌーイの講義に基づく、史上初の微積分テキスト。
1748　オイラー（1701-1783）：『無限解析序説』（全2巻）／関数概念の導入。曲線の根底に関数をおく。曲線の形は関数によって決まる。
1755　オイラー：『微分計算教程』／xとyとの相互依存関係そのものを表すより新しい関数概念を定義。
1797　ラグランジュ（1736-1813）：『解析関数論』／無限級数に代数計算を応用して導関数を定義。
1812　ヘーゲル（1770-1831）：『大論理学』初版「存在論」刊行。
1821　コーシー（1789-1857）：『解析教程』／変数の極限値への「収束」を定義。
1823　コーシー『無限小計算講義要録』。
1831　ヘーゲル『大論理学』第二版「存在論」を刊行。

## １．ヘーゲルの問題意識――微分法における「数学的無限」の扱い〔1〕-〔6〕(【1】-【6】)

### 何が問題か――無限小の取り扱い

ヘーゲルが当時の微分法の何に不満を持っていたのかは最初の二段落で語られている。

「〔**1**〕①**数学的無限は、一方ではそれを数学へ導入することによって数学が拡張され大きな成果が得られたことによって興味深いものである。だが他方でそれが注目に値するのは、この**〔数学という〕**学問がそれを使用することを概念によって正当化することにまだ成功していないからである。②**〔これまでの〕**正当化**〔のやり方〕**は、この無限なものの助けを借りてえられた結果が正しいということ Richtigkeit に基づいていて、この正しさというのは他の様々な根拠によって証明されているのであるが、対象や結果を出した演算が明晰であるということに基づいているわけではなく、それどころかむしろこうした演算は正しくないとさえ認められているのである。**」(154/263、【1】)

「〔**2**〕①**このことは、すでにそれ自体がまったくもって困ったことである。というのも、そのようなやり方は学的ではないからである。②しかもそういうやり方は欠陥すら伴っていて、数学がこの道具**〔無限なもの〕**の形而上学もしくは、その批判を仕上げていないために、数学はかくいう自分の道具の本性を知らず、そのためにその適用範囲を定めたりその誤用を防いだりすることができないのである。**」(154/263-264、【2】)

第二版でつけられたタイトル「数学的に無限なるものの概念規定態」の通り、この注釈の課題は当時の数学上の大問題、すなわち微分法における「無限なもの」（単に「無限」とも記す）の概念がなんであるかを明らかにすることにある。ただし微分計算が、したがっ

てヘーゲルが扱うのは先に述べた通り「無限小」だけである。

微分計算は当時非常に不思議な方法だと見なされていた。なぜならそこでは「矛盾した過程から非常に多くの正しい定理がいかにしてえられているのか」[18]が証明されていないにもかかわらず、その結果は正しいと考えられるからである。だから、それが実に有効な計算法であることはだれもが認めざるを得ないが、同時にその計算法は不正な前提に基づいているのではないかと疑われ続けてきたのであった。その疑いのうち最大のものは、微分法の初期時代に「無限小」dx の概念が（ライプニッツによって）導入されたが、演算の最後にこの無限小 dx をゼロとみなすことで演算が成り立っているということである。

ヘーゲルはこの操作に我慢ならなかった。なぜなら彼の思弁的方法は、すでに質編で基礎づけられたように、悪無限（無限進行）のなかに真無限を見出すことにあったからである。そして「第三章　量的比例関係」において彼は量的無限進行の中に質的な規定態である「比」をみいだすことで量そのものの領域を克服しようとする。ところが無限進行する数をゼロに等しいものとして無視しても正しい結果が得られるなどということになれば、彼のこうした論理そのものの必然性が――少なくとも数学の領域においては――否定されてしまうことになる。ヘーゲル自身は数学的無限のうちには真無限の概念が含まれていると確信していた。そこで彼は数学的無限を無視という扱いから救い出し、数学が「道具」Instrument としている量的な無限というカテゴリーの概念的基礎づけ（「道具の形而上学」）を自らやり遂げようとするのである。続けてヘーゲルは言う。

「〔**3**〕**①だが哲学的な観点からいって数学的無限が重要なのは、その根底に実は真無限という概念があるからであり、そしてそれは通常いう形而上学的無限よりもはるかに高い位置にあるからである…。**……〔一方で〕**形而上学は数学的無限の使用の**〔結果としての〕**輝かしい成果を否認したり取り消したりすることはできない。そして**〔他方で〕**数学は自分固有の概念**〔について〕**の形而上学を扱うことはできず、それゆえに無限なものを使用するさいに必要なやり方を導出することもできないのである。**」（154/264、【3】）

「形而上学的無限」とヘーゲルがここで言っているのは自分の立場ではなくて当時のライプニッツ-ヴォルフ学派などの形而上学の立場から主張された無限なものの概念のことで、要するにヘーゲルの言う悪無限あるいは無限進行にとどまる哲学的立場のことを指している。ヘーゲルはバークリら形而上学者の無限概念批判[19]にはまったく与せず、数学的無限の方こそ「量的な比例関係」という真無限に必然的に高まる可能性のある無限性だと考えていた。しかしながら、数学者は無限を概念的に基礎づけたり、無限小計算を方法論的に整備したりすることはできないので、それをこれから自分がやってあげましょうというわけである。

---

[18] これはプロイセンのベルリン・アカデミーが 1784 年に出した懸賞論文のテーマである。当時の数学者たちがこの問題重大な関心を寄せていたことはこの一事でも分かる。詳細は渡辺（2004）82 頁、「解説」および訳注（1）を参照。

[19] G.バークリは『解析家』(The Analyst、1734)において無限小をゼロと見なす当時の無限小解析の無限概念を痛烈に批判している。それについては、本田修郎『近代数学の発酵とヘーゲル弁証法』の 146-151 頁に紹介がある。渡辺氏によれば（渡辺、111-114 頁）『解析家』の一部はＥ・ハイラー /Ｇ・ワナー『解析教程』（蟹江幸博訳、シュプリンガー,東京 1998 年）のなかにも翻訳されている（同書「上」129 頁）。

そもそもヘーゲルによれば「〔4〕①**数学は自分の対象の概念に関わったり、…概念の展開を通じて自分の内容を生み出したりしなければないならないような学問ではない**」（154/264、【4】）し、さらに無限を取り扱おうとする際、自分の方法の中に「〔4〕②**…それがそもそも学問として依拠する固有の方法のなかに主要な矛盾を見出す**」（154/264、【4】）。その理由は二つあるとヘーゲルは言う。1）「〔4〕③**…無限の計算は、有限な大きさを演算する際に普通であれば数学が断固として拒否せざるをえないようなやり方を許しかつ要求する**」（同）。2）「〔4〕③**…同時に無限の計算はその無限な大きさを有限な定量と同じように取り扱って、有限な定量の場合に通用するのと同じやり方を無限な大きさにも適用しようとする**」（同）。ヘーゲルが「無限の計算」と言っている微分法は、当時は「無限小解析」とも呼ばれていた。ここでヘーゲルは数学がその対象の概念的意義を見出すことのできる学ではないと言い、無限小を計算で取り扱うにあたって、1）それは有限な大きさであると想定していながら、$y=x^2$ を x で微分して $2x+\Delta x$ を得た場合には $\Delta x$ という有限量を 0 に等しいものとみなし、逆に、2）その 0 に等しいとみなすような無限な大きさ（無限小）を有限な大きさとみなして演算の対象としている。ここにこの無限小解析の主たる問題点があるわけだが、それは多くの人々にこの計算が不正確であるという印象を与えた。

「〔5〕④**…無限の計算を行うこの手法はそれが自らに与える不正確さという見かけに常につきまとわれている。というのも、それは有限な大きさをいったん無限に小さな大きさだけ増やし、その後に行う演算においては部分的にそれを保存するが、しかしその一部を無視しもするからである。このやり方は不思議な性質を示している。それは、誰もがそれが不正確だと認めているにもかかわらず、そこから生じる結果が単に相当な程度そしてその差を無視することができるほど近いというにすぎないのではなく、完全に正確であるという不思議さである。⑥けれども、この結果に先行する演算そのものにおいては、ある**〔大きさの〕**ものはゼロに等しくはないが、無視することができるほどささい**〔な大きさ〕**であるという表象を欠かすことはできないのである。**」（155/265、【5】）

微分法における無限小の取り扱いについて一般に言われている「不思議さ」をヘーゲルも当時の人々と共有している。どうして $\Delta x$ を計算で使用しておきながら、最後には無かったものとして無視するという不当な態度をとり、それにもかかわらず結果が正確だということがありうるのであろうか。彼はこの方法とその使われ方が正しいからといってその方法が正当なものである論証しなくてもいいということにはならないと考える。そこで彼はこの注釈で第一に「〔6〕②**数学的に無限なもののこうした正当化と諸規定の考察**」（155/266、【6】）を行おうと宣言し、そして第二にその考察は「〔6〕②〔無限の〕**真なる概念そのものの本性を最もよく照らし出すと同時に、いかにこの真の概念がそうした正当化と諸規定において想定されそれらの基礎に据えられていたのかを示すであろう**」（同）と言うのである。

**ヘーゲルの目算——真無限としての「比」への還帰　〔7〕－〔14〕（【7】－【13】）**

上記のうち、第一の課題、数学的無限の正体をつかもうというのは、実際のところヘー

ゲルには荷の重い課題であったろう。現実の数学史においては、渡辺裕邦氏の見解では「その後の多くの数学者の努力にもかかわらず、無限小の論理的正当性はＡ・ロビンソンの超準解析（Non-standard Analysis,1960）まで示されなかった[20]」というのであるから。だがそれでもヘーゲルが自信満々に見えるのは、第二の課題に関しては、どこに着地すればよいかは分かっていたからである。

ヘーゲルによれば、量とは限界に対して無関心的で増減可能なものと規定されたが、これに対して彼の立場から重要なのは、「〔7〕④…**無限大あるいは無限小というのは、もうそれ以上増やすことも減らすこともできないような量であるのだから、それは実際のところすでに定量そのものではない**」（156/266、【7】）ということである。「無限な定量」という概念が難解なのは、私たちはそれが「〔8〕②…**揚棄された定量として、すなわち**〔定量であると〕**同時に定量ではないようなものとして考えることを要求される**」（同、【8】）からだと彼は言うが、そうした無限な定量が何であるかを叙述するのが第三章の「量的比例関係」の課題である。ヘーゲルはここで簡潔にその概念を示している。

「〔12〕③…**無限な定量は【第一に】外面性を、そして【第二に】自分の否定を自分自身のもとに含んでいる。だからそれはもはや何らかの有限な定量ではなく、また定量としての定在がもっているかもしれないような大きさ規定態ではない。そうではなく、それは単一に契機〔項〕【単一であってそれゆえに契機〔項〕】として存在する。無限な定量とは、自分が規定されていることの概念にほかならない。言いかえればそれは質的な形式をとった大きさ規定態なのである。④契機として無限な定量は自分の他者との本質的統一のうちにあり、この自分の他者によって規定されたものとしてのみ存在する。⑤言いかえればそれは自分との比例関係〔相関関係〕のうちにあるもの**〔自分と一つになって比を形成する他方の項〕**との関係のなかでのみ意味をもつ。⑥この比例関係〔相関関係〕のそとでは、それはゼロである。——**〔これに対して〕**定量そのものの方はまさに比例関係〔相関関係〕に対しては無関心的であり、自分の規定のためにいかなる他のものをも必要としないとされている。⑦ところが**〔単なる契機として〕**比例関係〔相関関係〕のうちにあっては、それ〔定量〕は全くいかなる定量でもない。なぜならそれはまさに契機なのであって、比例関係〔相関関係〕のうちにあってこそ何ものかであり、それだけで独立した無関心的なものではないからである。**」（157/268-269、【】内は二版【12】で書き替えられた表現からとった。）

この引用文でヘーゲルが考える「無限な定量」とは何であるかが形式的に説明されている。この文章は質的無限性について言われていたのとまったく同じ論理を「定量」を主語にして繰り返しているだけなので、定在の論理が分かっていれば難解なことはない。大きな違いは、定量の無限性においては「相関関係」と訳すしかなかった Verhältnis が「比例関係」として、それゆえに比の係数とか指数などの数の大きさで表すことのできる関係になっているというところにある。まず③無限な定量とは第一に外面性を含んでいる。これ

[20] 渡辺 86 頁。

は定在における「規定」が性状をも含むようになって無限性となったように、無限な定量も有限な定量との関係を含んでいて、有限に対する無限ではないということである。そして第二に無限な定量が自分の否定を含んでいるというのは、有限な定量に転化する自己否定の働きまで含んでいるということである。こうした性格はまさに質の性格であるので、無限な定量は質としての振る舞いをする定量だということになる。この無限な定量が単一であり、契機だというのは、無限な定量そのものはたしかに一方では有限性を含む全体であるが、他方では有限な定量に対する相関関係のうちに置かれていて、その関係の一方の項としてしか存在しないということである。無限な定量が有限な定量という他者との関係の外では何ものでもない（ゼロだ）というのは、1：2 というような比の指数が有限な二つの定量の関係としてのみあって、この関係を離れては 1 とか 2 という数は何の意味ももたないということである。つまり、無限な定量とは自らが有限な定量のあり方を否定してそれらの関係を表す定量になりうるということ、比例関係を表すものだということである。

無限の定量の正体はそうした「量的比例関係」に求めることができるというのがヘーゲルの主張であり、それが続く第三章で主題となる。しかしその主張は数学の理論では証明されているどころか、その結論に至る道が不可解なものとして放置されているので、第三章に移るに先立ってこの概念を何とか正当化しておきたいというのがこの注釈を加えた彼の意図なのである。その課題を彼は次のように遂行すると述べている。――「**〔14〕私たちが比例関係の一つの契機としての定量の表現の様々な段階を、それが同時に定量そのものである最低次の段階から、それが本来の無限の大きさという意味と表現とをも高次の段階まで考察すれば、それによってこの**〔無限の〕**がいっそう明らかになるだろう**」（157-158/269、【13】）。こうして彼はこれから量的比例関係をいくつかの段階に分け、その最下位の段階（分数）から最高次の段階（微分係数）までを追ってみようとする。

## ２．分数と無限級数

### 分数としての比〔15〕-〔18〕（【14】－【17】）

比という無限性を表現する形態としてヘーゲルがまず挙げるのは分数である。例えば$\frac{2}{7}$という分数に含まれる 2 と 7 自体とはたがいに無関心な数であるが、$\frac{2}{7}$にあってはそれらは単位と集合数として規定しあって一つの比例関係をつくっているのであり、ヘーゲルはそれを 2 と 7 という定量が「**〔15〕⑥質的性格をもちはじめる**」（158/269、【14】）ことだと言う。つまり 2 と 7 とは独立の数としては変化しうる量にすぎず、$\frac{4}{14}$、$\frac{6}{21}$…と表すことはできるが、しかし比としてはその規定態は不変で$\frac{2}{7}$のままである（158/269-270、〔15〕、【14】）。

量的無限性は分数においてはそのように姿を現す。しかしヘーゲルは無限性のこの現れ方は不完全だという。なぜなら、第一に、2 と 7 とが相互に外的で無関心であり、第二に、この二つの数の関係そのものも「比の指数」（$\frac{2}{7}$あるいは y＝px における p のこと）という

ありふれた定量にすぎないからである（158/270、〔16〕、【15】）。2 とか 7 とかいう数字を a とか b という文字に代えればその演算の普遍性は高まるが、a や b は特定の数を表すにすぎないから、その不完全性には変わりがない（158-159/270、〔17〕、【16】）。

ヘーゲルによれば、こうした分数という比の形態に含まれている規定は、比そのものが**「第一に一つの定量でありながら、第二に直接的な定量ではなく、質的な対立を自分のうちにもつ定量」**（159/270-271）だということである。（159/270-271、〔18〕、【17】）。「質的な対立をもつ」というのは分かりにくいが、例えば$\frac{2}{7}$という分数が一個の定量でありながら量に還元できない比例関係を備えていることを指して言うのであろう。

**無限級数〔19〕-〔26〕（【18】－【24】）**

しかし質的な比例関係を含みながら定量として無限に増減しつづけるというありかたをもっとよりはっきりと表す形態が次に登場する「無限級数」（unendliche Reihe）である。ヘーゲルはここで分数を無限級数で表すという試みをしたオイラーの学説を検討している[21]。分数を無限級数として表す例としてヘーゲルが挙げているのは、分数$\frac{2}{7}$を 0.285714…と、そして$\frac{1}{1-a}$を $1+a+a^2+a^3$ …と表す場合である[22]。分数をこのような無限数の数列の総和として表現するオイラーの方法についてヘーゲルは次のように批評する。

「〔**21**〕**①だが級数の無限性がどんな種類のものであるかは、自明である。それは進行の悪無限性である。②というのも級数は、比例関係〔相関関係〕であり質的本性である或るものを、比例関係〔相関関係〕を欠いたものとして、**〔つまり〕**単なる定量として、集合数として叙述するという矛盾を含んでいるからである。③級数のかたちで表現されている集合数にあってはいつでも何ものかが欠けており、その結果、措定されているものは、要求されている規定態に到達するためには絶えず超え出られなければならない。④進行の法則は周知のものである。それは分数に含まれている定量の規定のうちに、そしてその規定が表現されているはずの形式の本性のうちにある。⑤定量の規定【集合数】は、級数を前進させることによって、必要とされるだけ正確にすることができる。しかしそうやって級数を前進させることによる叙述はいつまでも当為にとどまるしかない。級数を前進させることは揚棄されえない彼岸に付きまとわれている。なぜなら質的な【規定態に基づく】ものを集合数として表現することは、矛盾にとどまり続けることだからである。**」（160/272、【20】、【】内も【20】を参照とした補い）

---

[21] GW 版編者によれば（427, Anm.159,11-161､3）、ヘーゲルがここで依拠しているのはオイラーの『微分計算教程』（1755）である。

[22] 後者の例は無限級数の一種であり、今日では「無限等比級数」と呼ばれていて、等比数列を無限に並べていくものである。この場合には、ヘーゲルは書いていないが「－1＜a＜1」という条件を付ける必要がある。

ヘーゲルによれば分数は比というかたちで無限性を質的な規定態として表していたが、分数を無限級数で表した場合、この質的であるという性格は失われてしまい（159/271、〔20〕、【19】）、①無限性は無限進行になってしまう。②無限級数は分数$\frac{2}{7}$を 0.285714…と表すが、小数の各桁は単位 7 がいくつ含まれているのかを表す集合数であり、小数表記は各桁の分数を無限に足し合わせること、すなわち $2/10+8/10^2+5/10^3+7/10^4+1/10^5+4/10^6\cdots$ である。それだからヘーゲルに言わせれば、無限級数は比を集合数の連続としてしか表すことができないものであり、分数がそなえていた質的性格を失っているのである。③④級数は単位 7 で分子 2 を割っていくことでいくらでも集合数の連続としてあらわすことができ、そしてそれを先に進めれば進めるほど正確になることも分かっているが、割り切れることはないため、真の無限性へ到達することはなく、目標は常に彼岸でしかなく、その演算は当為でしかない。そこでヘーゲルは無限級数についてこう結論する。すなわちそれは質的な規定態（比）を定量（集合数）で表すという矛盾であり、そして量の矛盾の解決法は無限進行であるから、級数表現は無限級数になって完結しないのだ、と。

だからヘーゲルは無限級数の無限性は「**〔22〕それ〔真の数学的無限性〕とは本質的に異なっていて、それどころか分数の表現にすら劣っている**」（160/272、【21】）と言う。彼によれば、無限級数は「**〔23〕②…指定されている諸々の項〔桁〕のために無限なのではなく、それが不完全であり、それらの項〔桁〕に本質的に属する他者がそれらの彼岸にあるから**」（160/272-273、【22】）である。つまり無限級数は永遠に未完結で、それゆえに無限と言いながら有限なものと規定するしかないものだからである。これに対して分数の表現にはそうした欠陥はない。分数は「**〔23〕③…むしろ級数がただ追い求めるだけのものを完全に含んでおり、彼岸はその逃亡から呼び戻されていて、それが現にあるところのものと、それがそうであるべきとされるものとは分離されていない**」（同）からである。そして「**〔24〕①…無限級数においては否定的なものは、それの諸項〔桁〕の外部にあり、それらの諸項〔桁〕が現在するのは、それらが集合数の部分として妥当するときだけである。これに対して比であるところの有限な表現においては否定的なものは内在的である、つまり、比例関係の両側面がたがいに規定しあっていることとしてある**」（160/273、【23】）。$\frac{2}{7}$ を 0.285714…と表した場合、各項〔桁〕の集合数はそれぞれ割り算で導き出される。その割り算という規定する働き（否定的なもの）はその数字の上には表れてこず、外部にあるが、それに対して分数の場合には分母と分子が互いに規定しあって一つの比を作る働きは分数表示そのものに現れている。分数においては比という自己同一的な質的なものが表現されているが故に、分数は有限な定量を表すものではあっても「**〔25〕①真に無限な表現**」（160/273、【23】）だというわけである。これに対して無限級数についてヘーゲルはこうまとめている。

「**〔25〕②しかし、無限級数は、その真の姿においては総和である。それの目的は自体的に比例関係であるものを一つの総和の形式で叙述することであり、それの現にある級数の諸項〔桁〕は、比例関係の両項としてではなく、一つの集成の諸項として存在する。③さらに無限級数はむしろ有限な表現である。というのもそれは不完全な集成であり、本質的**

**に欠けたところのあるものにとどまるからである。」**（160-161、**【23】**）

ヘーゲルが無限級数を有限な表現だとして退けるのは、第一に、それが比例関係を総和（Summe）の形式で表すからである。ヘーゲルは無限級数として$\frac{1}{1-a}$＝1＋a＋$a^2$＋$a^3$ …を例として挙げている。この例は$\frac{1}{1-a}$という分数関数が、a の冪乗の総和を無限に求める多項式と等しいことを表す有名な式であるが、ヘーゲルに言わせればこのような例は集合数を次々と足していくという形式で分数を表現するだけで、単なる集合数の集成（Aggregat）にすぎない。しかも第二に、この集成は不完全で、永遠に完結しない。仮に a を 0.1 だとすると、ベキが増えるにつれて数は 0.01、0.001…と無限に 0 に近づいていくが、決して 0 になることはない。したがって無限級数の無限とは悪無限であり、実は真無限に対立する有限な表現にすぎない。だから無限級数は真無限に達することはない。

さて、このヘーゲルの無限級数論をどう考えたらいいのだろうか[23]。ここで理解のポイントは二つある。1）無限級数が悪無限だということ、2）無限級数は実は有限な表現だということである。そしてヘーゲルはこの二つは一つのことだと思っているのであるが、実は同じとは言えない。分数を小数で表現すると「有限小数」か「循環小数」になる。有限小数は例えば$\frac{2}{5}$のように割り切れて 0.4 になる場合であるから、今は問題にならない。そして、例えば$\frac{2}{7}$ならば 0.285714285714…となるように、285714 という数字が繰り返し続くのが循環小数であるが、これはヘーゲルに言われなくても数学の世界でも一般に「有限な表現」と見なされている。ただしその場合は 285714 という有限な部分の繰り返しにすぎないという意味で有限だとみなされているのであって、分数を小数で表現すると無限進行になるから有限な表現だというヘーゲルの理屈とは同じではない。

では循環しない無限小数、すなわち例えば $\sqrt{2}$のような無理数の小数表現をヘーゲルはどのように捉えているのだろうか。その小数表示には 1.41421356237…と循環部分は存在せず、正真正銘の無限進行となる。これについては、彼は次のように述べている。

**「〔26〕①しかし総和をつくることができない無限級数の場合は話が別である。けれども数学は、無限級数が総和をつくることができるか否かという外的で偶然的な状況としてのこうした区別のもとにとどまっている。②すなわち、無限級数は総和をつくることができる無限性よりももっと高次元の種類の無限性を含んでいる。その無限性とは通約不可能性であり、言いかえれば、無限級数のうちに含まれている量的な比例関係を――分数としてであれ――定量として叙述することが不可能だということを含んでいる。けれども、それらの級数がもっている級数という形式は、総和を求めることができる級数におけるのと同じ悪無限性なのである。」**（161/274、**【24】**）

---

[23] GW 版編者はここのところオイラーの級数論に対するヘーゲルの批判的論述だと指摘している。GW11 巻編者注の 159,11-161,3（S.427）を参照。

今日の数学用語を使うことが許されるのならば、ヘーゲルの言う総和をつくることができる無限級数とは級数の数列の総和が有限な極限値となるもの、いわゆる収束する級数であり、できない無限級数とは有限な極限値をもたないもの、いわゆる発散する級数のことであると想定しておくことができる。彼は収束しない無限級数がそなえている高次元の無限性として「通訳不可能性[24]」を待ちだしている。数学用語としては通約不可能（inkommensurabel、英 incommensurable）とは 1 以外に素因数をもたない、つまり素数と無理数に関わる事態を指すので、公約数あるいは共通因数をもたない、つまり約分できないことをさして使われる。すなわちこれこそ $\sqrt{2}$のような 1.41421356237…と循環しない小数表現をもつ無理数のことである。そして現代数学は無限級数をそれが収束するか発散するかという点で区別するわけだが、ヘーゲルの論理からすれば、そんな区別には大した重要性はなくて、無限級数は収束しようが発散しようがともに無限進行だという一点で有限な表現にすぎないのであり、肝心なのはこの悪無限を超える真無限を捉えることなのである。そしてこれから先で、この真無限を求めるヘーゲルの悪戦苦闘が始まる。

## ３．数学的無限の概念

**通約不可能性〔27〕－〔31〕（【25】－【29】）**

さてヘーゲルは「形而上学的無限」すなわち当時のライプニッツ=ヴォルフ学派の哲学における「無限」とは有限との対立概念としてしか考えられていない有限な無限性であるということをこれまでも批判してきたが、これに対して「**〔27〕②…数学的に無限なものは有限な限界を真に自己のうちに揚棄している。なぜなら有限な限界とそれの彼岸とが一つにされているからである**」（161/274、【25】）と高く評価する。限界を自己のうちにとりこんでいるのは真無限のことであるから、ヘーゲルは数学的無限こそ真無限だと言い、この後いよいよ本格的な数学的無限の概念の検討に取り掛かる。

その検討に当たってヘーゲルは話の枕としてスピノザの無限論を引き合いに出す。スピノザは無限を未完結の級数と考える無限観を否定し、これを「想像力の無限」と呼び、これに対して自己完結したここ今ここにある無限を「思考の無限」あるいは「実無限」（infinitum actu）と呼んで区別した。ヘーゲルは前者を無限級数、後者の分数に当て、これを自分の解釈を補強するものとして扱っている（161-162/275、〔29〕【27】)。結局スピノザを味方につけてヘーゲルが言いたいのは、無限級数とは有限な定量とは別物ではなく、「**〔30〕⑨それ**〔定量〕**の契機の比例関係、事柄の本性すなわち質的な大きさと何の関わりもない**」（162/275、【28】）ということである。ヘーゲルがその量的無限性論で「事柄の本性」とみなしていたのが定量の比例関係であり、それを彼は次の章で論理的に「質的な量」

[24] Incommensurabilität の訳を「通訳不可能性」とするのは渡辺訳と全集訳であり、武市訳では「非通訳性」、寺沢訳は「不可測性」となっている。ただし渡辺氏はこの引用文の場合それは無理数のことをいうのではなく、「〔$\frac{y2}{x}$＝p の〕パラメーターp を媒介とする二次の関数の比」（渡辺 106 頁）が考えられていると指摘している。初版のみにある「高次元の種類の」という形容詞はそうした進んだ意味での通訳不可能性を指すのだと思われる。

と規定しようと企んでいる。無限級数は有限な定量の立場にとどまり、真の無限の表現とはなりえないことをヘーゲルが執拗に批判するのは、それが彼の企て、つまり量のうちに質的契機を取り込み、度量へと展開するという試みを台無しにしてしまうからだということがここから分かる[25]。そして無限級数のような無限にこだわる「想像」の立場は「〔**30**〕**⑩定量そのものの傍らに立ち止まり、現にある通約不可能性の根拠となっている質的関係を反省しない**」（162/276、【28】）とも言っている。定量が通約不可能なものとなるのは、定量に質的性格が復活するからだというのがヘーゲル独自の論理である。

**「変化量」から「冪比」へ〔31〕－〔35〕（【29】－【32】）**

だがヘーゲルはこの通訳不可能性をただ単に無限進行だと見なすのではなく、本来の検討対象である無限小解析へ進むための手掛かりとしている。もはや定量として表すことのできない通約不可能な数に量を超えた質的契機をみて、ここから量の中に真無限を見出し、それを質の回復とみなして量を超える領域へと移行しようとするヘーゲルの構想がだんだん明らかになってくる。

「〔**31**〕**②だがもっと高次元の本来の通約不可能性は…一般には曲線の関数を自己のうちに含んでいる。③そうした通約不可能性は、そのような関数において、一般的には変化量の関数において数学が用いる無限へとわれわれを導いていくのであり、そしてそれが真の数学的な無限、一般的に言えば絶対的な量的無限なのである…。**」（163/276、【29】）

ヘーゲルはようやくここで本来の目的である微分法の解釈に踏み込んでいく。この引用を読むと質的関係が根拠となって「通約不可能性」を生み出し、さらにこの通訳不可能性が導きの糸となって曲線の関数あるいは変化量の関数が扱われる際に使われる真の数学的無限の概念が私たちに明らかになっていくのだと彼は言う。ここで「曲線の関数」という言葉が出てくる。それはそもそもヨーロッパの微積分はもともと関数の理論であるより前に「曲線の理論」として始まったという歴史的な事実もあるが[26]、グラフ上に曲線を描くのは冪乗の関数であることから、ヘーゲルはここで「冪比」へ進む論理を整えようとしているからである。曲線の関数は、例えば y=ax のような直線を描く方程式ではなく、$y=ax^2$ のようなベキを含む方程式で表され、そして x と y は「変化量」（quantitas valiable, veränderliche Größe）[27]として扱われるから、変化量の関数でもある。

---

[25]「これらの〈契機の比〉とか〈質的な量規定〉などという用語の意味は、ここではまだはっきりしないが、ニュートンの流率法の解釈〔【38】－【40】〕に至って、実はこれらが微分法の中心概念である $\frac{dy}{dx}$ 先取りしていたことが判明する」という渡辺氏の指摘を念頭に置いておこう（渡辺 105 頁）。

[26] 高瀬（2015）、16 頁を参照。

[27]「変量」と訳されることが多いが、あえて「変化量」を選んだ。理由は「変量」の別訳である「変数」は現代数学では「数」という言葉が選ばれていても、量だと意識されていないからである。ヘーゲルはこの概念をあくまでも「量」のカテゴリーと考えているので、「変化量」、あるいは「可変的な大きさ」と訳した方がよい。

無限小解析への批判に着手するにあたって、ヘーゲルはまず「〔**32**〕**①…これらの**〔曲線の、あるいは変化量の〕**関数がそれの関係を表しているところの大きさの概念、すなわち可変的な大きさの概念がより厳密に把握されねばならない**」（163/276-277、【30】）と述べる。ヘーゲルは「定量」をカテゴリー化していながら「変化量」はそうしないのであるが、それでもここで重視せざるを得ないのは、関数を最初に明確に定義したオイラーが定量と変化量という二つの概念を使って関数を定義していたからであろう。オイラーの定義では「定量」は「一貫して同一の値を保持し続けるという性質をもつ、明確に定められた量」であり、これに対して「変化量」とは「一般にあらゆる定値をその中に包摂している不確定量、言い換えると、普遍的な性格を備えている量」である[28]。ヘーゲルも明らかにそれを念頭に置いて叙述を進めている。ヘーゲルによれば解析学における変化量の概念、あるいは量が可変的であるということは、例えば $\frac{2}{7}$ において 2 と 7 は 4 と 14 でも、16 と 56 でも構わないという意味ではない。これは数字を文字に置き換えて $\frac{a}{b}$ としても、そこにどんな任意の数も置くことができるのだから同じである。だから彼は言う「〔**32**〕**⑤それだから変化する大きさ**〔変化量〕**という表現は、関数の大きさを言い表すものを規定するには表面的で下手**〔な表現〕**である。**」（163/277、【30】）。では変化量の関数において彼は何を可変的であると考えているのであろうか。

ヘーゲルによれば、$\frac{2}{7}$ や $\frac{a}{b}$ においては、①それぞれの数や文字は相互の関係から独立しているし、②その商も一個の集合数（ $\frac{1}{7}$ が二つ）であり、その比も定量としては常に同じである。ところが $\frac{y2}{x}$ ＝p という冪関数では全く違う。

「〔**33**〕**④これに対して** $\frac{y2}{x}$ **＝p という関数においては x と y はたしかに特定の定量でありうるという意味をもっている。しかし特定の商**〔p〕**をもつのは、x と y ではなくて、x と y² だけである。⑤このことによって比の両項**〔x と y〕**は第一にいかなる特定の定量でもないだけでなく、第二にそれらの比はけっして固定した定量ではなくて、可変的な定量**〔変化量〕**である。⑥それらの両項はまた単に一般的な定量でもない…。⑦そうではなくてそれらの比それ自身が定量としてそれ自体でかつそれだけで可変的なのである。…⑧だがこのことは、x は一つの比例関係をもつのは y に対してではなく、y の二乗**〔平方〕**に対してであるということのなかに含まれている。なぜなら、ベキに対するある量の比例関係は或る定量ではなくて、概念の比例関係であるであるからである。⑨冪比例関係は外的な限界づけではなくて、自己自身によって規定された限界づけであり、したがって本質的に質的な比例関係である。これについては後で述べることにする。**」（163-164/277-278、【31】）

[28] オイラー『無限解説序説』における１と２の定義。高瀬訳「オイラーの無限解析」１頁。

この文を読むとヘーゲルが何を目指しているのかがだいぶ分かってくる。y＝ax というような一次の直線の関数においてはたしかに x が変化すれば y もまた変化しはするが、係数 a は普通の分数であるから、その商あるいは係数は常に一定であり、x と y とは真実には関数における変化量ではなくて単なる「未知の大きさ」（未知数）にすぎず、それゆえにこの関数は「**〔33〕⑪ただ形式的にのみ変化量の関数**」（164/278）であるということになる。これに対して $\frac{y2}{x}$ ＝p という冪を含む方程式はグラフ上で放物線あるいは曲線を描くが、こうした二次関数においては p そのものが変化する曲線上の一点であるから、ただ一つの値には決まらず、変化量となる。そこでヘーゲルは言う。

「**〔34〕①したがって真に可変的な大きさ**〔変化量〕**の関数においては、定量としての比例関係は或る可変的な定量**〔変化量〕**である。②この大きさ**〔変化量〕**の比例関係のなかで恒常的であるもの――媒介変数**〔パラメーター〕**すなわち定数は、そうした大きさ**〔変化量〕**の直接的な比例関係を表現するのではなくて、すでに述べたように、それらがなお冪比例関係によって互いに規定されている限りにおいて**〔の比例関係を表現しているの〕**であるから――が、或る数もしくは分数によっては表現されることはありえないし、あるいは直線の関数に還元することもできないのであって、恒常的なものはただ質的な本性にほかならない量の比例関係なのである。**」（164/278）

ヘーゲルが求めているものは、一つの数にきまらず、分数でも表現できないものであり、そしてそれは具体的には $\frac{y2}{x}$ ＝p という冪乗を含んだ放物線の関数において現れると彼は考えている。冪関数においてはヘーゲルの言う「媒介変数」あるいは「定数」、すなわち p は変化していく曲線の一点であり、それ自体が一定の定量では表すことのできない関係性そのものすなわち関数を表現しているのであって、そこにヘーゲルは量の領域に現れてきた質を見ようとしている。この引用文は二版では削られたが、ヘーゲルが考えを変えたわけではなく、二版ではこの段落に当たる段落のなかには次のような言葉が見られる。「**【31】⑦或る大きさが冪に対してとる比例関係は或る定量ではなくて、本質的に質的な比例関係である。冪比例関係こそが根本規定とみなされるべき事態なのである**」（2:250/104）。したがって彼は微分法を考察する際に扱わなければならないのは変化量そのものだというのは誤解であって、この冪比（あるいは「**冪の諸規定**」、【31】⑪）こそが量的変化のなかに現れる質的なもの、あるいは真無限として考察の対象にならなければならないと主張するのである。だからこそヘーゲルは変化量ではなく冪比例の方をカテゴリー化したのである。

**量的真無限の正体〔36〕－〔37〕（【32】－【33】）**

冪比例においては、比をなす両項がその定量としての意味を失い、質的なものへと転化し、そこに量的真無限が現れる。それについてヘーゲルは次のように言っている。

**「〔36〕①…〔定量という〕この意味は、無限小の差分 unendlich kleine Differenz においては完全に全く失われる。②dx と dy はもはや定量ではなく、定量を意味すべきでもなくて、ただそれらの関係のうちでのみ一つの意味を、単に契機としての意義しかもたない。③それらはもはや、或るもの、定量として捉えられた或るものではなく、有限な差分ではないが、しかしまた無でもない、つまり規定を欠いたゼロでもない。④それらの比例関係の外ではそれらは純粋なゼロであって、それらはただ比例関係の両契機としてのみ、つまり、微分係数 $\frac{dx}{dy}$ の両規定としてのみ捉えられるべきなのである。」**（164-165/279、【32】）

ここでは dx と dy という記号が出てくる。数学史的にはこの記号はライプニッツが使用し始めたものであり、この記号は関数という概念が存在していない時点から「無限小量」を表す記号として使われていたという[29]。今の言い方なら dx を x の微分、dy を y の微分と言ってもいい。ところでヘーゲルはここでは $\frac{dy}{dx}$ はっきりと das Differential-Coefficient――つまり y を x で微分した結果としての微分係数（微分商）と言っているので、ここでは現在使われている意味で理解してかまわない。$\frac{dy}{dx}$ という記号は分数のかたちをとってはいるが、あくまでも極限値を表す一個の記号である。読者も学生時代に先生から「これを分数と考えてはいけない」と教えられて理解に苦しんだ思い出がある方も多いのではないだろうか。まさにそれこそヘーゲルがここで言っていることである。彼はここに数学的無限がそれ特有の姿を現すのを見る。x と y の定量としての意味は「無限小の差分」というこれ自体が形容矛盾のような概念において完全に失われると彼は言う。なぜなら「無限小」を表すこの dx、dy は、量としてはゼロではないが同時に有限な定量でもない。それらはただ相互の比の関係のなかでしか、つまり「微分係数 $\frac{dy}{dx}$ の二契機」としてしか意味を持たない。ヘーゲル弁証法得意の「関係の契機」という論理がここに数学的無限の解釈の基準として打ち出される。こうしてヘーゲルは言う。

**「〔37〕①無限のこの概念においては、定量は真に完成されて質的なもの[30]【質的な定在】**

[29] 高瀬 2015、13-14 頁。

[30] ここは原文では ist das Quantum wahrhaft zu einem qualitativen となっており、この qualitativen の後には Quantum が省略されていると考えて「質的な定量」という二重概念として理解したいところであるし、全集訳では実際そう訳されている。ところが二版ではこれがはっきりと zu einem qualitativen Dasein――「質的定在になる」と記されている（【33】）。しかしながら次の②のところではそれにもかかわらずこの極限値、微分係数という質的性格をもつ概念はやはり依然として数値によって、定量として表示されると言っている。それを考えるとこの概念はやはり「質的な定量」と規定した方が適切であるように思われるが、二版で「質的定在」とまで言い切ったのは、上に述べたように $\frac{dy}{dx}$ が定量の分数ではなくて一個不可分の概念となったことを強調する意図があるのだと思われる。

**となっている。すなわち、それは現実に無限にされる【現実的に無限なものとして措定される】。定量は、あれこれの定量として揚棄される**〔何らかの定量でなくなる〕**だけでなく、定量一般として揚棄される**〔そもそも定量でなくなる〕**のである。②けれども量の規定性、**〔つまり〕**定量という境地が依然として原理となっている。言いかえればそれは自分の最初の概念のうちにとどまったままなのである。」**（165/279、【】内の表現は【33】におけるもの。）

この $\frac{dy}{dx}$ こそ「現実に無限にされた定量」すなわちヘーゲルが求める「量的真無限」なのである。こうして彼が「冪比例」、「質的な量」、「質的なもの」、「量的無限性」などといった難解な概念でもって語ってきたものの正体が明らかになる。無限小量あるいは微分量である dx、dy は単独で見れば依然として量の領域にとどまる概念であるが、両者が比例関係をつくって $\frac{dy}{dx}$となった場合には、これは二つの定量からなる分数でも、それらの商として量の領域にとどまるものでもない。それはすなわち微分係数なのであるから二点間の平均変化率を表す数値ではなく、曲線の瞬間の傾きを表すものである。だから例えば運動している物体のある瞬間の速度とその微分係数が分かれば、x の量が増えた場合、微分係数が大きければ変化は急激であるし、少なければ緩やかであるというように、次の運動を予測することができるようになる。このような量はもはや単なる量ではなく、変化を規定する質的性格をもつものとして扱うことができる。そしてヘーゲルがそれを量的真無限性と理解したのは、存在のあり方を規定する概念の性格をそこに見出したからであろう。

以上により、ヘーゲルがなぜ当時の解析学の展開に異常な執着をみせてこの長い注釈を書いたのかも、そして次に出てくる量の存在様式を「量的比例関係」とし、その最高段階に「冪比」を置いたのかも理解できるようになったであろう。

### ４．解析学者たちの無限小概念の検討

**無限小量の概念に対するヘーゲルの基本的態度〔38〕－〔41〕（【34】—【37】）**

ヘーゲルにとって無限小の解析、すなわち微分学が重要なのは、こうした真無限の概念がそこに含まれていると彼が考えているからである。しかしながら黎明期の微分学はそれの使う無限小概念のあいまいさのゆえに批判をふせぐことができなかった。しかしヘーゲルは「無限の数学」（微分学）としての数学の取り扱う無限小概念をこうした初期の批判に対して擁護し、二つのことを自分の立場から述べている[31]。

一つは、ニュートンやオイラーが微分方程式の無限小の項を「消失しつつある量」と呼んだのに対してなされた批判、存在と無との間にはそのような中間状態はないという批判に対するヘーゲルの反論である。ヘーゲルは（二版では「存在論」の「成」の「注解４」を挙げつつ）「〔38〕**②この中間にして統一、消失する運動あるいはまた生成運動も、むし**

---

31　以下の一つ目の批判の代表者はすでに述べた哲学者の G.バークリであり、そして二つ目の批判を行ったのは、GW 版編者注 165,36-166,1 (GW.11, S.429)によれば、B.Niewentii である。

**ろそれこそがそれら**〔存在と無〕**の真理なのである」**（165/280、【35】）と言い、無限小の概念が成の概念から理解できるカテゴリーであると擁護する。存在と無の二元論に立っては微分法の提起するものを理解できないはずだというのはヘーゲルにとっては当然の反論である。

いま一つは無限小量（dx）を定量だと理解して、無限には大小はなく比較不可能であり、それゆえに無限どうしは相互に比をなさないし､そこに何の序列もないという批判である。これに対して無限小量は比をなさないのではなくて**「〔40〕③逆に比のなかにしかないものは、いかなる定量でもない」**（166/281、【36】）と考えるべきだというのがヘーゲルの反論である。というのも、そもそも定量というのは比といったような関係の外においてこそ他者との区別に完全に無関心な定在をもつものとなる規定だからである。これに対して他者と自分との区別の上に成り立っているものがあるとすれば、ヘーゲルにとってはそれは**「質的なもの」**（同）である。つまり**「〔40〕④だからかの**〔dx と dy という〕**無限**〔に小さ〕**な量は単に比較可能であるだけでなく、むしろ比較の両契機あるいは比例関係の両契機としてのみ存在する」**（同）。無限小量を定量ではなく比のなかでその自立性を否定された量であると規定することによってその概念を論理的に規定して微分法を正当化しようというヘーゲル独自の意図がここに表れている。

ここからヘーゲルは彼に至る数学者たちがどこの無限小量をどう理解してきたかの検討を始める。そこから明らかになることは、彼よれば、1)**「〔41〕②これらの**〔①**「数学者たちによってこの無限なものについて与えられている極めて重要な」**〕**諸規定の根底には、ここ**〔「c.3.定量の無限性」〕**で展開された**〔無限の〕**概念と一致する、事柄の思想**〔核心〕**があるということ」**（166/281、【37】）であり、さらにそれらの規定を最初に提起した数学者たちはその事柄に概念という基礎を与えずに逃げてしまったのだということである。

**（1）ニュートン〔42〕－〔45〕（【38】－【42】）**

最初に取り上げられるのはニュートンの「流率」（変化率、fluxion）という規定である。これはニュートンの命名による $\frac{dy}{dx}$のことであるが、ヘーゲルは「**〔42〕①この**〔事柄の〕**思想はニュートンがそれに与えたより以上に正しく規定することはできない」**（166/281、【38】）と称賛する。しかしそれに続けて「**〔42〕②それでも私は、運動と速度の表象（主としてこれらの表象からニュートンは流率という名称をとったのだが）に属する諸規定を切り離すことにする。なぜなら、そこにおいては、思想はそれにふさわしい抽象態では現れておらず、本質に属さない諸概念と混じりあって具体的に現れているからである」**（同）と注文を付ける。この目的を果たすためにヘーゲルはニュートンの『自然哲学の数学的原理』(『プリンキピア』) からの自由な要約的引用というかたちで流率の概念を説明している。すなわち――「流率」とは定量の概念に属する「不可分の量」ではなく、「**〔42〕③消えていく可分的なもの」**（166/281、【38】）であり、また「**〔41〕④特定の部分の和や比ではなく、和や比の極限」**（同）である。これに対して消えていく二つの量が「最後となる比」（極限）など形成できないはずだろうという批判が出されるかもしれないが、ニュートンの立場ではその意味は「**〔41〕⑥消えていく量という言葉の意味は、それらの量が消滅する前の比でも後の比でもなく、それと一緒にそれらの量がそれとともに消滅するところの比**

**ということである」**（166/282、【38】）とヘーゲルは理解する。彼はニュートンが単純に無限小をゼロとみなすのではなく、定量の消滅を比の成立と同じだと考えているとみて評価するわけである。興味深いのは、ヘーゲルが「〔43〕②**引用文**〔上の内容を指す〕**が示しているのは、ニュートンの提起した概念が、無限な量が以前の叙述において定量の自分への反省から生れたあり方と一致する」**（167/282、【39】）と言っていることである。「以前の叙述」というのがこの注釈が置かれた直前の本文、つまり初版の「3. 定量の無限性」だとすると、ヘーゲルが言っているのはニュートンの提起していることは「量的無限進行から真無限へ」という自分のカテゴリー展開と一致しているということである。一致していると彼が言う理由は以下のとおりである。

「〔43〕③〔先のニュートンの説明において〕**考えられているのは、消失しつつある大きさ、すなわちもはや定量ではない大きさであり、さらに規定された諸部分の比例関係ではなく、比の極限なのである。④…したがって比の両項であるような独立した定量も、それとともに定量である限りにおける比例関係もまた消失するということになる。**〔しかしながら〕**大きさの比例関係**〔**量的比例関係**〕**の極限は存在し、その極限のなかでは比例関係は存在し、かつ存在しない。——もっと正確にこれを言うならば、そのなかでは定量は消滅しており、それとともに比例関係はもっぱら質的な量的比としてのみ維持されている【、そしてそれの両項もまた同じように質的な量的契機としてのみ維持されている】。」**（167/282、【】内は【39】での付け加え。）

ヘーゲルはニュートンが言う「流率」の概念に自分の主張を重ね合わせる。つまり 1）「消失しつつある量」（dx、dy、ただしニュートンはこの記号を使っていない）、つまり比の両項は定量ではない。2）したがって、そこに出てくる比 $\frac{dy}{dx}$は二つの定量の比ではなく、「極限値」（接線の傾き、微分係数）である。3）両項が存在するのはこの比の契機としてだけである。——ここまでは従来言われてきたことだが、それに加えてここでは 4）極限のなかで比は存在するとともに存在しない、という表現が付け加わっている。そもそも比というのは二つの定量の相関関係として存在するわけだから、相関項が定量でないならば、比も存在しないはずである。しかし相関（比）であることをやめているような比（相関）が一個の量として存在するのである。だからヘーゲルはそうした量はもはや量ではなく「質的なもの」だと言ってきたのだった。その自分の言っている質的な量はニュートンの流率概念と一致すると彼は言うのである。

ただし、ヘーゲルはニュートンの説明に文句も付けている。ニュートンは「〔44〕①**最後の比」**（die letzten Verhältnisse、167/283、【40】）を「〔44〕①**限りなく減少していく**〔二つの〕**量の比がそこにより近付くところの極限」**（同）と説明しているが、ヘーゲルはこのような「〔44〕④**限りない減少」**（Abnehmen ohne Grenze、同）という言い方は無限進行を表すものでしかなく、ニュートンの規定は「〔44〕④**純粋に比例関係の契機でしかない量的規定の概念」**（同）になっていないということが彼の不満である。このヘーゲルの批判は確かに的を射ている。なぜなら、ニュートンがこの極限の概念を「限りなく減少していく量」（quantitatum sine limite decrescentium）とか「「無限に減っていく」（diminuuntur in infinitum」

と説明する限り[32]、極限の概念の説明は果たされないままだからである。

続く段落〔45〕(【42】）でヘーゲルはニュートンのゲニタ（genita）とモメントューム（momentum）という用語にも言及している。ゲニタをヘーゲルは「産出された量」と訳しているが、それはニュートンによれば「積、商、根、矩形、正方形、立方体などなど」である。モメントュームは現在では一般に「運動量」を表すが、ニュートンは先の流動する量の「瞬間的な増分あるいはあるいは減分」と規定している。ゲニタはモメントゥームから生み出された量であり、つまりモメントゥームとは「有限な量の原理」(ヘーゲルの言い方では「始元」）を意味する[33]。そしてヘーゲルはニュートンの自分との一致点を以下のように確認している。

「〔**45**〕⑤——**定量はここで自己自身によって区別される。すなわち**〔1.〕**産物、あるいは定在するものとしての定量と、**〔2.〕**自分が生成することのうちに、自分の始元と原理のうちに、すなわち自分の概念のうちに、言いかえれば…自分の質的規定のうちにある定量とに区別されるのである。質的規定においては量的な区別、すなわち無限の増分あるいは減分は契機にすぎない。生成したものにしてはじめて定在の無関心性へ、そして外面性へ移行するのであって、そうした外面性においてそれは定量である。⑥——もちろん増分と減分というのは定量という感性的な表象の内部に属する**〔表現である〕**。だが、真の数学的無限の概念を扱う哲学は**〔上に〕**示された**〔増分と減分〕**以外の諸規定を承認しなければならない。**」(168/284、【42】)

ここでヘーゲルはニュートンの区別は、1.定在としての定量と、2.運動の原理となる質的規定に分かれるという点で自分の真無限性の議論と一致するという。ただし、ヘーゲルの場合「モメント」は運動原理そのものではなく、その原理をつくりなす「契機」(dx と dy）という非自立的なものしか意味しておらず、それらの統一性こそが原理・始元（$\frac{dy}{dx}$）であるから、ニュートンの表現とその点で違ってはいる。また増分と減分という表現に関してもヘーゲルは批判的で、二版でこの後で文を加えて、こうした増分とか減分とかいう表象は「【42】**方法のなかにある根源悪、…ありきたりの定量という表象から質的な量的契機の規定を純粋に取り出すことを妨げてきた障害物**」(2:255/112）だとののしっている。

**（２）無限小を 0 とみなす解析学の方法への疑問**

**無限小を無視する要求——ライプニッツ批判〔46〕－〔47〕(【43】－【44】)**

さて、ニュートンをおのれの先駆者のように高く評価したヘーゲルだが、同じく微分法の発明者として名高いライプニッツに対する評価はあまり高くなく、ましてやそれに追随するだけのヴォルフらの見解については、次の段落で一蹴している。その理由は、ライプニッツの計算手続きのなかに無限小を 0 とみなすという仮定が入っているからである。

[32] GW 版の編集者が指摘している通り（GW11.Anm167,28-30, S.429）、『プリンキピア』ではこのような言葉が使われていて、ヘーゲルはそれを利用して説明している。

[33] 『プリンキピア』第二篇・第一章・命題七・補題二を参照。

「〔**46**〕①〔いましがた〕**考察された**〔ニュートンの〕**諸規定にはるかに及ばないのが無限小量という普通の表象である。②この表象によれば、無限小量は有限な量に対置したとき無視することができるだけではなく、またそのうちのより高次の位はより低次の位に対置したとき、あるいはまた**〔無限小量の〕**いくつかを掛け合わせたものは個々**〔の無限小量〕**に対置したとき、無視されることができるという性状をもつとされる。③――ライプニッツは、この**〔無限小〕**量に関わる方法を開発した者たちと同じように、この表象にこだわりを見せた。この表象は、この計算を便利なものにする傍ら、とりわけその演算の行程における不正確さという見かけを与えているその当のものなのである。**」（168/286、【43】）

微分計算が非難を受けるはめになった最大の理由は無限小量をさまざまなかたちで無視するという操作を加えたことであった。0 ではないが限りなく 0 に近い量である無限小を無視して結局 0 みなすという手続きは不正であるとしか思えないからである。そこで不正確な方法から正確な解が導き出されるのというこの不条理を概念的に説明するという課題が解析学者に課せられることになった（〔47〕【44】）。そこでヘーゲルはその解答を求めて次にオイラーの考えを取り上げる。

**（3）オイラー批判〔48〕－〔49〕（【45】・【40】）**

ヘーゲルのまとめるところでは、オイラーは、1）微分計算はある大きさの増分の比を考察するものであること、2）しかし無限の差分そのものは完全にゼロとして考察されなければならないことを主張する[34]。しかしヘーゲルはこれに対して、無限の差分すなわち無限小量は定量のゼロにすぎず、質的なゼロではなくて、比の純粋な契機だと反論を加えている（169/285、〔48〕①、【45】）。この考えから彼は二つのことを指摘する。

1）無限の差分とは量の多い少ないを表すものではないから、「増分」だとか「減分」だとか、さらには「差分」と言い表すのは無限小量を有限な量と考える間違いであって、そのような勘違いをしているから足し算や引き算といった外的操作が行われていると考えられてしまうことになる（同、〔48〕②-⑤、【45】）。そして変化量がそれの無限の差分へと移行していること、つまり変化量の関数がその関数の微分へと移行しているということは、**「〔48〕⑥関数をそれの量的諸規の**〔そなえている〕**質的な比へと還元することだと捉えられなければならない」**（169/286、【45】）と自説を繰り返す。

2）「ゼロは一般にどんな規定性ももたない」というオイラーの考えはたしかに定量が否定的なものであること（das Negative des Quantums）をはっきり言い表しているという長所があるとヘーゲルは見る。しかしそうだと言ってもこの定量の否定的性格は同時に「質的な量的規定」という意味を持っているのに、オイラーはこの積極的意味を理解していないとヘーゲルは評する。その積極的意味とは、**「〔48〕⑨…変化量の比例関係が自分の質的な規定態へと還帰するということによって、変化量はいかなる定量でもないが、しかしまた規定を欠いたゼロでもなくて契機であるということ」**（169/286、【45】）において成り立っ

34 『微分計算教程』第一部 3 章。

ていて、そしてまたこの比は「〔48〕**⑨量の諸規定の比であるが、もし量の諸規定を比例関係から引き離して量として受け取ろうとするならば、ゼロでしかない**」(170/286、【45】)ものになってしまうような比である。

この段落の最後でヘーゲルはラグランジュが「極限」ないし「最後の比」というニュートンの考えについて、「量が有限な量であるならば二つの量の比を考えることはできるだろうが、その両項がゼロであるならば、そんな比は知性に対してどんな明析判明な概念も与えなくなる」と述べたこと[35]を引き合いに出し、「〔48〕**⑪実際のところ悟性は、比の両項が定量としてはゼロであるというこの単に否定的にすぎない側面を超え出て、それらを肯定的に、質的な契機として理解しなければならない**」(170/286-287、【45】)と自説を強固に述べている。

この後の段落でヘーゲルは、「消滅する二区別の量は、自分たちは消滅する前にその中にあった比を、連続性の法則によって保持する」というカルノーの見解を紹介している[36]。ヘーゲルは定量が消滅し、比という契機だけが生成することを「事柄の真の本性」であると繰り返し、カルノーの連続性という概念において定量の連続性が考えられているのでない限りと条件を付けて、賛意を表している(170/287、〔49〕、【41】[37])。

**(4)中間総括〔50〕−〔54〕(【46】−【50】)**

問題は、この量的な無限という真の概念がはっきりとしたかたちで捉えられていないという欠陥が、無限小を一方では有限量として扱ってその増分を計算しながら、他方で最後に定量としての無限小を無視するという矛盾した振る舞いに現れることにある。例えば $y=x^2$ を x で微分して $2x+\Delta x$ という答えを出しておきながら、最後に $\Delta x$ を無視して 2x だけを残すのが正当だとされているのであるが、その解が正しいというのであれば、その正しさを証明することをヘーゲルは求める。ところでそう言いながらヘーゲルは「〔50〕①…〔以上で〕**考察された諸規定によって、それらの基礎には量的な無限という真の概念があるということは十分に示された**」(170/287、【46】)から、ここでこれ以上諸文献を引用・例証することはやめておくと言い、そしてそう言いながらすぐ次の段落〔51〕(【47】)ではそうした欠陥を取り除こうとした「幾何学者」たちの試みを引用・例証すると言い出す。そこで挙げられるのはランデンとリュイレ(171-172/288-289、〔53〕・【49】——ただし二版ではリュイレの記述は省かれた——)、フェルマーとバローにライプニッツ(172/289-290、〔54〕・【50】)、ニュートン、ラグランジュらの試みである。彼が挙げている数学者たちが必ずしも幾何学者であるわけではないが、彼らは幾何学と代数学との統合を目指していた人々でもある。だから彼らを「幾何学者」と呼ぶのは、〔52〕(【48】)での説明によれば専門の幾何学者のことではなく幾何学者たちはギリシャ以来の伝統的として「証明の厳密性」にこだわる姿勢があることから、そうした厳密性をもつ数学者のことを指しているようである。

しかし彼らの理論の紹介部分は簡潔すぎてどのような理論であるのかヘーゲルのテキストだけ読んでいても分からないところがあり、かといって彼らの業績を調べてヘーゲルの

---

35　ラグランジュ『解析関数論』序論でからの発言。GW11 の編者注 170,3-8(S.430)にその当該部分からの引用文が載せられている。

36　カルノー『無限小計算の形而上学についての省察』から。GW11 の編者注 170,11-14(S.430-431)にその当該部分からの引用文が載せられている。

37　この段落は二版ではニュートン説の検討を終えた【40】の後に移された。

議論を詳細に跡付ける作業を進めていけば、肝心の彼の論理学の検討から離れてしまいかねない。実際『大論理学』の本文の論理展開、ことにこの後の「量的比例関係」のテキストを理解するための手がかりは――まさに先にヘーゲル自身が言ったように――これまでのところで十分得られている。たしかにヘーゲルの微積分論を二版で追加された 2 つの注釈を含め検討することは他の碩学に任せ、ヘーゲルのニュートンおよびラグランジュへの批評のなかからテキスト本文の理解に資するところだけを取り出して読んでみることにしよう。

## （5）ニュートン・ラグラジュらとの関連で〔55〕－〔60〕（【51】－【56】）

### ニュートンの級数法の検討

ヘーゲルは自分の論理を正当化する道を探して数学者の方法を批判するのだが、〔55〕（【51】）ではニュートンの流率法が間違った演算をしていることを指摘し、さらに〔56〕（【52】）ではニュートンが微分を導出する際に使ったやり方、すなわち級数形式を利用し近似値によって微分を求める方法について言及している。これは現在でも「ニュートン法」の名称で広く使われている方法である。この方法は関数 f(x)、例えば $y=x^2-2$ の解、すなわちグラフ上の曲線と x 軸との交点αの数値を求める際に、その交点より大きい（$x_1, y_1$）の接線が x 軸と交わる点をβとし、このβの値を求める。同様に（$x_2, y_2$）の接線が x 軸と交わる点をγとし、このγを求める方程式にβの値を代入していく。この作業を何回か繰り返し、一番初めのαへ限りなく近い近似値を求めていくという方法である。しかしヘーゲルはこうした方法はまだ不正確なβの値を次の方程式に代入して得られる高次の冪を、それらは無限に小さいから無視するという態度を全く同じだと言い高く評価しない（〔56〕・【52】）。

**「〔57〕①…注目すべきことは、力学においては、或る運動の関数が級数のかたちで展開される場合、その級数の諸項は**〔それぞれ〕**自分の限定された意味をもつということ、そのため第 1 項または一番目の関数は速度の契機に、二番目の関数**〔第 2 項〕**は加速力に、そして三番目の関数**〔第 3 項〕**は諸力の抵抗に関係づけられるということである。②したがっては級数の諸項はここでは**〔級数の〕**一つの総和の諸部分とみなされなければならないだけでなく、むしろ概念という一全体の質的な諸契機とみなされなければならない。③それによって、悪無限的級数に属する残余の諸項を除去することは、それらが相対的に小さいという理由で除去するのとはまったく違った意義を得ることになる。④それらの諸項が除去されるのは、最初の諸項が属している概念諸規定によって、対象の全体が概念として完結し、そのことによって総和としても、総じてそれ**〔対象〕**の量規定としても完成しているからなのである。⑤ニュートンの解法が先に見た誤り**〔計算間違い〕**を含んでいたのは、そのうちで級数の諸項が一つの総和の諸部分として除去されてしまったからではなく、全体に属する一つの概念規定を含んでいる項が除去されてしまったからなのである。」**（173/291-292、【53】）

ここでヘーゲルは自分の見解を積極的に展開しようとする姿勢だけは示すのだが、その内容は難解、というより不可解である。特に①はこれを読んだだけでは何を言っているのかわからない。ヘーゲルも反省したのであろう、二版ではここに注を付けて種明かしをしている。それによればヘーゲルはラグランジュの『解析関数論』で説かれた理論を念頭に置いていて、それを次のように説明している（2:262-263/120-121）。――通過空間を経過時間の関数とみなして方程式 $x=f(t)$をを立てる。（$\theta$ は非常に短い時間を表すものとする。）これを $f(t+\theta)$ として展開すると、

$$f(t)+\theta f'(t) + \frac{1}{2}\theta^2 f''(t) + \ldots\ldots$$

という式が得られる。そしてその時間の間に通過される空間の式は次のようになる。

$$=\theta f'(t) + \frac{1}{2}\theta^2 f''(t) + \frac{1}{2\cdot 3}\theta^3 f'''(t) + \cdot\cdot\cdot\cdot \text{etc.}$$

したがって、この空間を通過してゆく運動を表す解析的な展開は、無限に多くの諸項をもち、諸々の部分運動から「合成」されている。そしてそれらの部分運動の時間に対応する空間は、$\theta f'(t)$ ，$\frac{1}{2}\theta^2 f''(t)$ ，$\frac{1}{2\cdot 3}\theta^3 f'''(t)$…などとなる。これが周知の運動である場合、第一の部分運動である、$\theta f'(t)$は形式的な等速運動を表し、その速度は $f'(t)$によって決まる。第二の部分運動$\frac{1}{2}\theta^2 f''(t)$は等加速度運動であり、$f''(t)$ に比例する加速力によって生み出される。そして、ラグランジュによれば、残りの項は、周知の運動とは無関係だから特に考慮する必要はなく、捨象することができる[38]。

ヘーゲルがラグランジュのこのような級数展開の理論に惹かれたのは、先の引用文〔57〕②で述べているように、級数の諸項を一つの全体の質的な諸契機と捉える彼自身の見解と折衷できると思ったからであろう。③で言われている「まったく違った意義」とは、級数展開の残りの部分を切り捨てるのはそれらが無視できるからではなくて、その最初の部分だけでもう質的統一の全体が表されているから、ということである。また〔57〕④では級数の諸項が除去されるのは、最初の諸項によって「概念」が成立しているからだと言っている[39]。

---

[38] 寺沢氏はここのところに注を付けて、ヘーゲルのこの注解のテーマが「数学的に無限なもの」であるはずなのに、ここ〔57〕で「力学において」考えられる問題を取り上げたことを非難し、それは「ご都合主義的な・一貫性を欠く態度」であり、「問題のすり替え」だと非難している。寺沢訳 416 頁注（64）。しかしながらオイラ―の『微分計算教程』で挙げられている例が大砲の砲弾を飛ばすということであることからも分かるように、変化する運動量を追うということはもともと力学に属する問題であって、その意味では力学の問題を解くための方法が微分方程式なのだと言ってよい。実際オイラーとラグランジュはニュートン力学の伝統の下、微積分学と力学とを統合して「解析力学」を誕生させた。それゆえにヘーゲルも微積分学を数学だけの問題だと捉えず、力学の問題として理解しているのである。さらに言えばヘーゲルはここで数学を問題にしているのではなく、「量」を問題にしているのであり、量の学である限り数学ばかりでなく力学をも取り上げるのはヘーゲルにとって当然のことである。したがって、寺沢氏の非難は根拠のないものだと言うしかない。、

[39] ただしこれまでその全体は「質」という言葉で表されてきたのだから、ここで「概念」という言葉を使うのは適切ではない。その不統一を感じたのであろう、二版ではこの④は――その主張に変更があ

**ヘーゲルの積極的主張の登場**

そして続く段落の冒頭でついにヘーゲルは〔57〕④で開陳した自説を明確に言明する。

「**〔58〕①この観点のなかには、$x^n$ の微分が$(x+dx)^n$ の展開によって生み出される級数の第 1 項によってまったく汲み尽されているということも入っている**」（174/292、**【54】**）。

例えば n に 2 を代入した場合 $(x+dx)^2=x^2+2xdx+dx^2$ という展開式が得られるわけだが、x から dx だけ変化した場合、$x^2$ は差し引いて、増分は $2xdx+dx^2$ である。この 2xdx がヘーゲルの言う第 1 項である。そして通常は $dx^2$ が無限小として無視できるから、という理由で $x^2$ の微分を 2x とするわけだが、ヘーゲルはそうではなくて、この第 1 項（2x だけでなく、2xdx の全体）によって微分は尽くされているからだというのである。彼はこれはリュイリェの考え方だと言うのだが、ヘーゲルが言いたいことは次のことである。

「**〔58〕③…ここで問題になっているのは総和ではなくて比なのであるから、微分は完全に第 1 項によって汲み尽されている。というのももっと先の諸項もしくはさらに高次の位の微分はそれに先行する微分から展開されるのだが、これは原始関数の微分がそれに先行する微分から展開されるのとやり方としては同じである。したがって、それら**〔の諸項〕**のなかに**〔あるの〕**は一個同一の比の反復にほかならないのであって、この比だけが求められているものであり、そしてそれはこうして第 1 項においてすでに完全に獲得されているのである。**」（174/292、**【54】**）

ここでようやくヘーゲルの主張が完成したかたちで現れた。――求めている数学的真無限は無限級数の総和として得られるものではない。そんな総和は近似値にすぎないのである。そうではなくて級数展開の第 1 項こそがこの無限進行のなかに現れる真無限であり、級数のすべての項はその比を反復するにすぎないのだから、これを知ることだけが論理学にとっては必要にして十分な知なのだというのである。

**ラグランジュ批評**

そして最後に考察の対象となる数学者が先にもでてきたラグランジュである。ヘーゲルによれば、ラグランジュはニュートンの級数法を再び取り上げて無限小の表象や極限の方法に付きまとっている困難を克服しようとした人である。しかしヘーゲルによればラグラ

---

ったわけではないが――丸々削除されている。

ンジュもまた「〔60〕②**差分はゼロになることなく、どれほど小さいと仮定されることもできるということ、そしてまた、**〔級数の〕**どの項も後続するすべての項の総和よりも大きさにおいてまさるということ**」(174/293、【56】) を基礎命題としており、結局「〔60〕③**級数の除去されるべき諸項はもっぱらそれらが総和をなすという観点からしか考慮されておらず、それらを除去する理由もそれらの定量が相対的なものであることに求めされている。したがって、除去することはここでもまた一般的に見て根拠に還帰するに至っていない。根拠とは、何回か適用されたときに現れる根拠、すなわち…級数の各項はある規定された質的意味を持っていて、後続する項に注意が払われないのはそれらが大きさに関して意義なきものであるからではなくて、質に関して意義なきものであるからだ、ということである**」(174-175/293、【56】) と否定的な見解も出している。

このように表面上は批判しておきながら、ヘーゲルはラグランジュの級数への展開の方法、すなわち、無限小の概念を使わずに代数学的な計算によって与えられた関数の導関数を求めるというやり方こそ自分の量的真無限の思想を正当化してくれるものだと確信していたようである。第二版では、上の段落の後にかなり長い一段を追加してラグランジュの方法を紹介している。この第二版の叙述を読まないとヘーゲルが何を考えているのかよく分からないので、それも紹介しておかなければならない。

まずヘーゲルは自分の主張を確認する。——「**【57】①ここで問題となっている量的形式**〔量的無限性〕**にあっては、ここで無限小と呼ばれるもののなかに質的な性格一般があることが証明されたわけだが、この質的性格というものはは、もっとも直接には比の極限というカテゴリーのなかに見出される。……③…極限という表象のなかには**〔二つの〕**変化量の質的な相関規定**〔比の規定〕**という先に述べた真実なカテゴリーが宿っているからである。というのは、それら**〔二つの変化量〕**から生まれる形式、 dx と dy はもっぱら$\frac{dy}{dx}$の契機としてのみ理解されるべきもので、$\frac{dy}{dx}$自身は唯一不可分な記号とみなされなければならないからである**」(2:265/123)。——しかしこのニュートンによる「極限」というカテゴリーだけでは dx と dy という無限小が「比の契機」だという「量的なものの質的な規定態という規定された意味」を持つことを「指摘する」以上には進めないとヘーゲルは感じている。だから彼はラグランジュに注目するのである。なぜならラグランジュこそニュートンの極限を求める方法は応用するに難しくその概念も明確ではないと批判し、「無限小」という概念に頼らずに導関数を正当化しようとした人物だったからである[40]。ヘーゲルが

40 ラグランジュの『解析関数論』の長い正式タイトルを訳すと『無限小、消去、極限および流率などを考察を全く行なわないで、有限量の代数学的解析に帰せしめられた微分計算の原理を含む解析関数論』(Théorie des functions analytiques: contenant les principes du calcul differentiel degages de toute consideration d'infiniment prtits, d'evanquissants, de limites et de fluxions, et reduits a l'analyse algebrique des quantites finies) である。タイトルからしてすでにライプニッツ、ヨハン・ベルヌーイ、オイラー、ダランベール、ニュートンらの微積分学を克服しようとする意図が明確に出ている。

ここで依拠しているラグランジュの論法はこの後（2:266/125）以下のように説明されている。――

関数 y＝f(x)　において、y を y＋k と置くとき、f(x)は、f(x+i)と置かれ、その展開式は以下のようになる。

（y＋k）＝　f(x)＋ph＋qh²＋rh³……

ここで両辺から y（＝f(x)）を引くと、以下の式が得られる。

k＝ph＋qh²…

（現在の一般的な説明だと、この段階で「h の係数 p のことを f(x)の導関数という」と言われるはずであるが、ここでは次のように続く。）

この両辺を h で割ると以下の式が得られる。

$\frac{k}{h}$＝　p＋qh＋rh²…

そしてこのとき、k と h とが消えていくとき、右辺の第二項以下も消え、第一項 p だけが残る。ところが$\frac{k}{h}$の方は$\frac{0}{0}$ではなく、あくまでの一つの比として残るとされる。こうして$\frac{dy}{dx}$は＝0/0 ではなく、＝p であり、特定の量的比だという結論が出される。そしてこの p こそ二つの増分の比の極限、微分係数であり、さらに原始関数から生まれた最初の関数を表現するものであるという答えが出てくる。有限な定量は消滅しても、比例関係そのものは消滅しない。このようにラグランジュは冪級数を利用することで解析学が無限小とか、第 2 項以下を除去するとかいったことに頼らないで済むようにしようとしたのだった。ヘーゲルが級数の第 1 項だけを考慮すればよいという彼の持論を主張するときに、依拠していたのはまさにこの理論なのである[41]。

ヘーゲルは二版の「注釈２」の第 1 段落で以上のことを明快にまとめているので、それを引いておこう。

**「――微分計算の方法のすべては次の命題のなかに含まれている。$dx^n＝nx^{n-1}dx$ 、すなわち $\frac{f(x+i)-f(x)}{i}$＝p 、言いかえると、dx あるいは i の冪の順に従って展開された二項式(x＋dx) あるいは(x＋i)**〔の結果としてできる級数〕**の第 1 項の係数に**〔関数 $f(x)=x^n$ の微分は〕**等しい。これ以上のことは何も習得する必要はない。」**（2:273/133-134）

なおこの関数の導関数は $nx^{n-1}$ となるが、渡辺氏はヘーゲルがこの引用文で微分の「係数」といっているものは $nx^{n-1}$ の全体であって、n のことではないと指摘している[42]。たしかに前の引用文で「p」とされていたものも第 1 項の全体のことであるから、この指摘はたえず念頭に置いておくべきであろう。

## （６）ヘーゲルの最終結論――ニュートンの「最後の比」に対する批判を介して〔61〕 -

41　この後ヘーゲルは、そのようなそっけない答えでは p とはいったいどのような意義と価値を持つのかという問いが立てられることになると言い、それについては第二版の「注釈２」で答えるとひとまず措いて、先に進む。本稿では上の理解でひとまず十分なので、「注釈２」の検討は行わない。

42　渡辺（2005）65 頁の注（3）の解説を参照。

〔**68**〕(**【58】**‐**【63】**)

**ヘーゲルの主張の確定**

さて、初版に帰ろう。――いまやヘーゲルは「**〔61〕私は無限の差分の質的な本性というこの唯一の正しい観点**」(175/293)を結論として立てると宣言する。この短い段落は二版では削除されているが、この結論には変更のあるはずがない。そのうえで続けて「**無限の差分を全く没相関的で比を欠いた契機として理解し、定量とともに比例関係の規定すらも消去してしまう誤解に対置させよう**」(同)と述べ、いよいよ結論に向かって進んでいく。彼はこの結論を次の段落ではしつこく確認している。

「**〔62〕①すなわち、無限の差分というのは比の両項が定量としては消失することであり、そのため残るものはその差分の量の比であるが、ただし残るのはそれがどこまでも質的な比に依存する限りにおいてである。②ここでは質的比が失われることはないから、それはむしろ規定するものであり、まさに有限な量が無限な量に転化することにから帰結するものなのである。…このことのうちに事柄の全本性がある。**」(175/293-294、【58】)

この観点からヘーゲルは先にも言及したニュートンの「最後の比」$\frac{dy}{dx}$=p とはいったい何であったのかということ、そしてそこで前提となっている無限の「接近」という表象が混乱をもたらすものでしかないことを明らかにしようとする。その理屈を以下で簡単に確認しよう。

まずヘーゲルは先の引用に続けてこう言う。「**〔62〕②こうして**〔ニュートンの言う〕**最後の比においては横座標と縦座標との定量は消失する。しかしこの比例関係の両項は本質的に、一方は縦座標の増分すなわちエレメントであり、他方は横座標の増分すなわちエレメントであり続ける**」(175/294、【58】)。関数のグラフ(x,y)を念頭に置いてみれば、グラフの縦座標は他の縦座標に、同じく横座標は他の横座量に無限に接近するとき、その結果としてそれらの有限な量の差分は消滅し、縦座標の「エレメント」と横座標の「エレメント」だけが残る。注意すべきは「縦座標のエレメント」というのは、或る縦座標からの他の縦座標の区別、すなわち y と y′ の間にある有限量 $y_1$－y のことではないということである。なぜならそれらは無限に近づけられているからである。そして「**〔63〕①そうではなくて、それ**〔縦座標のエレメント〕**はむしろ横座標のエレメントに対する区別、言いかえれば質的な大きさ規定なのである。或る変化量の他の変化量に対する原理は、相互の比例関係のうちにある。区別は、もはや有限量の区別ではないのであるから、崩れ落ちて**〔自立性を失って〕**単一な内包、一方の質的な比の契機の他の契機に対する規定態になっている**」(175-176/294、【58】)。ここにある区別は有限な量 $y_1$－y としての区別ではなく、横座標との区別あるいは相関関係のことである。「エレメント」とはニュートンが『プリンキピア』で「小さな区間」と呼んだものとのことである[43]。しかし

[43] 渡辺 143 頁、訳注(1)の指摘。寺沢氏がエレメントを「素」と訳す案を提示していることも、境地から定量の契機を取り去り、長さをもたない座標軸という観念をそこに見ているからであろう。寺沢、

ヘーゲルはここではエレメントという言葉を彼本来の哲学用語として、すなわち「そのものの存立基盤・境地」という意味で使っている。つまり縦座標のエレメントとは「小さな区間」から有限量の契機そのものを差し引いたものであり、まさに縦座標そのものが存立していることを指している。横座標のエレメントも同様に存立する。こうしてここでは相関の二項は有限な定量ではなく、そもそも量でもなくて、縦座標と横座標の定在それ自体である。だからヘーゲルはその相関関係そのものを一つの質として捉えるのである。

こうしてヘーゲルは自分の主張を先のラグランジュの関数論を踏まえることで固める。それはニュートンの言った「最後の比」、極限 0 に向かって接近する無限小の差分$\frac{dy}{dx}$とは二つの有限な定量の比などではなく、また一方の項が他方の項の何倍あるかに応じて 1:4 というように表される定量といったものでもないこと、それはあくまでもグラフの縦座標と横座標との相関関係としての関数であって、単一な定在としての質的な性格のものとなっていることを改めて主張するのである。ところでこの関数とはすなわち「導関数」である。つまり、ヘーゲルは抽象的な概念のレベルでではあるが、今日の微積分学でも「正解」とされている見解に見事に達したということになる。

もしこうしたエレメントをある縦座標の定量 x と他の縦座標の定量 $x_1$ との間の「差分」とか「増分」と考えてしまうと、極限 p という概念はたしかに「最後の値」ではあるが、それは「**〔64〕②他の大きさ…が絶えず接近していき、その結果その大きさは最後の値からどれだけ小さかろうともともかく区別することが可能である、そういった最後の値**」（176/295、【59】）になってしまう。ヘーゲルが言いたいのは、そうした場合に極限は比という意味をもたなくなるということである。なぜなら、どこまでに接近していく二つの数からは比は生ぜず、したがって量が質に転化しようがないからである。そもそも、分母も分子もそのような無限に接近する数であるとすれば、どちらも同じ大きさだとしか言えないから、同じ大きさを割った商として、そうした比は 1：1 になるしかない。ヘーゲルはそれを「**同等性の比例関係**」（同）と揶揄している。こうした場合、無限の差分とは $x_1$ と x との関係と考えられてしまうが、そうではなくて dx は dy にしか関係せず、dy としか比をなさないのである。ヘーゲルはこうして「接近」というカテゴリーが無意味なものであることを示す。二版では「**【59】無限に近いということは、…近づくということの否定である**」（2:269）と印象的な警句を述べている。

**「最後の比」という思想からの背理的帰結**

そして最後にヘーゲルがなおも「**〔65〕増分あるいは無限の差分がもっぱら定量の側面から、そして比を欠いた諸契機だと理解されたこと**」（176/295、【60】）を非難する理由として挙げるのは、「最後の比」において背理的な帰結が生じることである。彼が例に挙げているのは横座標と縦座標、あるいはサイン・コサイン・タンジェントなどである。

「**〔67〕②もしも最後の比においてはすべてが等しい、すなわち比そのものが揚棄されるというありきたりの逃げ口上によって横座標の代わりに縦座標を立てることが許され**

419 頁注 67 と 420 頁注 68 を参照。

**るならば、とんでもないばかげた帰結が引き出される、あるいは証明されるということを見抜くのは簡単である…。③変化量が消失する場合でも変化量の出来する元である比は変化量にたいしてあくまでも維持されているという基礎的概念は、こうした**〔横座標と縦座標が等しいなどといった〕**混同によって完全に破壊される。④**〔ここでは〕**本来の意味でゼロのゼロに対する比が発生するが、そのような質的な意味そして量的な意味がこの比に与えられるかは、この比にとってはまったく恣意的で偶然的である。⑤そのように等しく置くことが許されるならば、直径は円周より大きいということや斜辺は垂線より小さいということなどといったことを結果として生み出すような公式を作り出すことも、そう難しいことではありえない。」**（177/297、二版になし）

「最後の比」において dx も dy も無限小だからという意味では等しい量だとみなされるならば、横座標と縦座標はどちらも同じ量だということになり、区別する意味がなくなってしまうし、サイン、コサイン、タンジェントはそれぞれ三角形の各辺の関係を分数で表示するものだから、それらの辺の長さが無限小として同じだということになれば、それぞれの値を区別されたものとして求めることができなくなってしまう。先にヘーゲルは「同等性の比」と言ってそれを非難したが、ここではそれはいわば 0/0 であるわけだから、もはや比とは言えないものになるし、0/0 にどんな意味をくっつけようがそれは勝手だということになってしまう。こうして dx と dy の変化にもかかわらず一定のままにとどまる比という概念もこれでは維持できなくなってしまう。

こうしてヘーゲルはライプニッツやヴォルフばかりでなく、自らが依拠しているはずのニュートン、ラグランジュにさえ批判の矛先を向け、あろうことか大ニュートンの証明でさえ「**〔68〕①証明という〔名の〕手品にしてペテン**」（177/297、【62】）とまでおとしめる。そしてこのように言うのである。

**「〔68〕②無限なものの数学は、それが自分の対象の根本的な概念を欠いていた限り、そのような等置**〔同一視〕**をどこまで進めてよいのかという限界を定めることはできなかったし、また自分が行う演算の正しいところにさえも、不確実性さから、そして上に述べた混同の場合には、このやり方の無意味さからでてくる不信の念につねに付きまとわれている。このやり方は、これまでに何度も述べてきた、『絶対者においてはすべてが一つである』という昨今の哲学者たちの無駄話——それはいつでも同時に彼らの哲学全体を成り立たせているものである——をまったくとがめることができないというものである。」**（178/297-298）

無限小をゼロとみなす数学者たちのやり方は、あたかもシェリングの言う絶対者、そのなかではあらゆる区別が消えて一つになってしまうような抽象的な原理のようなものだというのである。しかしながら微積分学が実際に成果を出している以上、さすがにこの非難は言い過ぎと思ったのか、第二版でヘーゲルはこの部分を削除している。とはいえ、何を思ってニュートンらをそこまで非難しなければならなかったのかについて、ヘーゲルの勇む心を垣間見せてくれる一文である。

**哲学の立場の主張**

しかしヘーゲルはこうした主張を決して素人の思い付きでしているのではなく、或る考えからしているのだということが最後の段落からわずかに見えてくるのだが、それがなかなかに興味深いのである。

「〔**69**〕**①ニュートンによるこの手の証明の空虚な構想が立てられたのは、自然学的**〔物理的〕**な諸法則を証明するためであった。②しかし、自然学**〔物理学〕**の大きさの諸規定が諸契機の質的な本性を基礎にもつ法則である限り、数学は一般にそれらの諸規定を証明することはできない。その理由は単純で、この学が哲学ではなく、概念から出発することがないからであり、そしてそれゆえに、質的なものは、経験から補題を挙げるような仕方で取り上げられない限り、この学**〔数学〕**の領域外にあるからである。**」（178/298**】**）

ここではまず数学の公式と自然学的法則とが区別される。この時代の数学者は自然法則を数学的に表記することで自然学[44]を「自然学」から「物理学」へと脱皮させる役割を果たしていたのだが、一方ヘーゲルにとって自然学は数学より一段高い学である。なぜなら数学があくまでも量の学にとどまるものであるのに対して、自然学は質的な諸規定を必要とする学であり、論理的段階が違うからである。ヘーゲルが自然学的法則を扱うのは質と量とを統一した「度量」の段階においてである。そしてこの引用では自然学は概念的に基礎づけられなければならないと訴えている。こうして彼は数学が量の学にすぎないこと、真の証明は概念から出発しなければならないことを説き、さらにニュートンの色彩論を例に挙げてそれを否定した後で、注釈を終えている。

それだけであればおなじみのヘーゲルの主張である。つまりヘーゲルは有機体的自然観を是としていて、その立場のうちに近世に始まった数学的合理主義を取り込もうとする意図があってこうした批判をしているのであるが、この論難はヘーゲルの側に不利に終わったとしか考えられないだろう。そしてヘーゲルも自分の考えが伝わるのか不安だったのか、第二版では上の分に続けて以下の文を挿入した。

「【**63**】**③数学のなかに現れる命題はすべて厳密に証明されていなければならないという主張に数学はその名誉を賭けていたため、しばしば数学は自分の限界を忘れてしまっ**

[44] 寺沢、渡辺訳ともこの Physik を「物理学」と訳しているが、ヘーゲルの時代には Physik は「自然学」と訳される段階から、近代的な物理学への変貌期にあった。自然学と訳されるのは、それが古代・中世以来の、思弁的傾向をもつ自然理解の学である場合であり、近代の科学革命を経て、数学によってその法則を公式化することを目指すようになった場合、近代的な「物理学」となる。「自然学」はまた「自然哲学」とも言われ、ニュートンもまだ自分の学を自然哲学と呼んでいた。移行期にあるヘーゲルの時代の Physik を物理学と訳すのも間違いではないが、ヘーゲル自身はそれと数学を応用した物理学と区別して「概念的に」すなわち思弁的に自然と取り扱おうとする学と理解しているので、まだ「自然学」と訳すのが適切であると筆者は考えた。

**た。だから、経験的な諸命題にとって単純に経験こそが源泉であり唯一の証明であると認めることは、数学の名誉に反するかのように思われた。その後、この問題についての意識はより洗練されたものになった。しかし、何が数学的に証明できて何がそれ以外の仕方でしか捉えることのできないものなのかという区別、同様に解析学的展開の諸項にすぎないものと物理的に実存するものとの区別が明瞭に意識されるようになるまでは、学問の世界が厳密で純粋な態度にまで仕上げられることはないだろう。**」(2:272-273/132-133)

今に至るまで数学者は自然の諸法則を表すとされる数式を厳密に証明することを目指し、それができないのは数学の名折れだと本気で考えているのかもしれないが、ヘーゲルはそうした数学者の態度をおのれの限界を知らないものとし、「数学的に証明できるもの」と「それ以外の仕方でしか捉えることのできないもの」、あるいは「解析学的展開の諸項にすぎないもの」と「物理的に実存するもの」(ここは物理的という訳でよい)とを区別するように戒める。ここではヘーゲルがあたかもマルクス主義者のように語っているのであるが、彼が言っているのは、物理法則は単に量的にだけではなく同時に質的に(つまり、度量あるいは本質に従って)思考する必要があるのだから、それを量のカテゴリーで存在を捉える数学によって理解できると考えてはならないということである。これもいまの科学の現実を考えると敗北者の発言のようだが、そうは言えない。現代の物理学者はたしかに数学的に思考するが、かといって自然には質的側面が存在しないとか、数学的思考のみですべてが認識されると考えているわけでもない。彼らは自然の質の面をいったん量化して捉えることによって、その質についてのより深い理解に到達しようとしているだけであって、すべての科学で目指されているのは自然の量的側面よりもむしろ質的側面の認識であるはずである。ヘーゲルはこの観点から数学的方法の真理性を制限し、哲学(すなわち彼の思弁的方法論)の立場こそ真の「学」の立場だと言いたいのである。

さらにヘーゲルは第二版でこの最終段落の二つ前に非常に長い段落を書き足しているが、そこにもヘーゲルの考えを理解するのに助けになる叙述が含まれている。

「**【61】⑤そのような諸々の命題**〔対象的存在に関わる物理法則〕**は、力学の昨今の解析学的形態においては、どこまでも**〔微分〕**計算の結果として挙証されていて、それが実在的な意味を、つまり現実存在がそれに対応しているような意味をそれだけで自分自身のもとにそなえているか否かについては不問に付されており、そしてそのような意味を証明することについても無頓着である。例えば、あの悪しく一様な速度**〔単純な等速運動〕**が一様に加速される速度**〔等加速度運動〕**へと移行してしまうといった諸規定が、文字通り実在的な意味で受けとられた場合、そうした諸規定の連関を概念的に理解することは困難であるが、そうした困難さは解析学的な処理によって取り除かれたとみなされている。解析学的な処理においては、そういう連関は、いまや確たる権威をそなえるに至った**〔微分学の〕**演算の単純な帰結なのである。⑥単なる計算によって経験を超え出て、法則、すなわ**

**ちいかなる現実存在をももたない現実存在の諸命題を発見することは，学の勝利であると言い触らされている。⑦しかしながら無限小計算の初期のまだ素朴な時代においては、幾何学的な図形で表されたそうした諸規定や諸命題について、或る実在的な意味がそれぞれ独自に挙げられ、納得のいくようにされるのだとされていたのであって、そういう意味でそれらの諸規定や諸命題は課題となっている主命題の証明のために応用されるのだと言われていたのである。」**（2:271-272/131）

この引用の⑦によれば、微分法がまだ確立されていない黎明期の解析学的処理にあっては運動量を表す数学的公式における諸項は速度とか加速度とかの対象に関わる意味をもっていて、そうした対象に関わる命題として数学的公式は物理法則を与えるものだと考えられていた。ところが、ラグランジュの解析力学のような数学を応用した解析学においては、物理法則はそれがどのように現実存在を表しているのかという問題意識はなくなっているというのである。例として挙げられているのは「等速度運動が加速度運動へと移行する」ということである。この運動を実在的な意味で理解するのはたしかに難かしいが、計算でこの移行を導き出すことはできる。ある物体が時間 $t_0$ から $t_1$ に動いた距離 x を t で微分をすると速度が得られるが（v=dx/dt）、この速度を時間 t で微分すると加速度 a（dv/dt の v のところに dx/dt を代入して $d^2x/dt^2$）が得られる。このように微分計算をしていくだけで速度と加速度が求められる場合、この二つの運動がどのような実在に対応しているのかということはもはや問題にならず、それらの関係はただの計算の結果にすぎないものになっている。そしてこのように数学的な計算だけで現実存在の法則を得ていくことこそ純粋で厳密な学だと考えられることになった。

ではなぜヘーゲルはそのような理解に対して反感を隠さないのだろうか。それについて筆者はこう答えたい。――ヘーゲルの論理学は「意識の経験」に基づいて導出されたものであり、その限りそれがどんなに抽象的で現実存在から超越しているかのような外見をとっていても、対象的実在を離れた学ではありえないからだ、と。ここから彼が高く評価し自ら依拠しているはずのニュートンやラグランジュの解析学に非難の言葉を浴びせるのも、その憤りからだと理解できる。ヘーゲルはあくまでも数学を量の学とみて、それを離れて計算だけで真理に到達しようとするのは量の学にすぎない数学を学の王者に高める許しがたいものだと怒っているのである。（その怒りに現代の社会科学者の密かな怒りも似ているかもしれない。）

さて、ヘーゲルはこの成果を引っ提げて、次に量における相関関係、すなわち比を論理的カテゴリーとして規定する章に進んでいく。

# 第三章　量的比例関係

## *DAS QUANTATIVE VERHÄLTNISS*

ヘーゲルがその論理学において目指しているのは、それぞれの論理的次元において最終

的に真無限と言える資格をもったカテゴリーを発見することである。量の領域においても、絶えず増減し変化を免れない定量のなかに一定の質的性格を維持する規定態が「量的真無限」としてありうると彼は考えている。それはすでに上の「注釈」において示されていたように、定量どうしの間に成り立つ関係が常に不変の比例関係（質的統一）を示す場合である。この章でヘーゲルはそうした定量の領域における真無限が「量的比例関係」であることを明らかにしようとする[45]。比例関係に真無限性を見る思想といえば数的調和の中に自然の真理を見出そうとしたピュタゴラス学派が連想されるが、じっさいヘーゲル論理学の量論の展開のうちに近世の機械論的自然観によって破壊されたこの古代の調和の思想を有機体論的な自然観として再興しようという意図を見て取ることはたやすい。

ヘーゲルはそのために、機械論的な自然観を流布させた近世の力学と数学のなかにその比例関係を確認しようとして微積分法を詳細に検討したのだった。ところで、すでに内包量において二つの定量の比例関係は表現されていたと見ることもできる。なぜなら例えば密度が「質量÷体積」であるように、内包量とは「外延量÷外延量」という二つの定量の関係で表されるからである。この関係の項が二つの固定した外延量である場合には、いわば静止した比（a：b）として現れる。そうだとすると、内包量と比との間に特に章を改めて論じるような違いはないという見方も成り立つはずで、事実ヘーゲルも『エンチクロペディー』では「量」の第三章は量的比例関係ではなくて「度」としていて、そのなかで「比」も論じている。ところが、二つの変化する外延量（変化量）の比例関係となると、動的な比、すなわち関数関係としての比例（原点を通る傾き a の直線、すなわち y＝a x）を考える必要がある。つまりヘーゲルが量的比例関係と呼んでいるものは実質的には私たちが言う「関数」（Funktion）あるいは「方程式」（Gleichung）のことを指している。なぜヘーゲルが関数や方程式を比と表現するのかというと、例えば y=2x は y:2x という比の形でも書くことができるからである。この意味での比例関係を彼は章を新しく立てて論理的なカテゴリーとして立てるのである。ヘーゲルの構想は論理学に「関数」の概念を導入することによって「量」の領域に「質」を回復させ、「度量」へと導くことにある。本文だけを読んでいるとそのような構想は全く見えてこないが、先の「注釈」のなかでそのことは本文に先

[45] ここで筆者が「比例関係」と訳した原語は Verhältniß である。この言葉は動詞形だと verhalten となり、「～に関わる」ことを意味する。したがってその名詞形 Verhältniß は互いに関わりあうこと、つまり単なる関係 Beziehung ではなく、右と左というような「相関関係」を意味し、本来ならば本質論の諸カテゴリー（本質－存在の二元的関係）の性格を表す用語である。しかしここでテーマとなるのは定量どうしの相関関係である。例えばドイツ語には 2 verhält sich zu 10 wie 8zu 40 という独特の言い方がある。動詞 verhalten は sich という再帰代名詞 をとり自動詞化して sich verhalten となったものだが、これだと、「振る舞う・態度をとる」、「或る状態である」という意味になる。だから上の例文を直訳すれば「2 は 10 に対して、8 が 40 に対するように振る舞う」となるが、それはつまり「2 と 10 の比は 8 と 40 の比に等しい」ということ、どちらも結局 1:5 という比に帰するということを表している。ところで Verhältniß は量的な関係を表す数学用語としては比（a : b）・比例（y＝ax）・比率・率・割合（%）とさまざまに訳すことができるが、日本語ではこれらの言葉は根本的には同一だとしても場面によって訳し分けをしなければならないこともある。そこでヘーゲルが一般的に広義の量的比例関係を指すために使っている Verhältniß は「比例関係」と訳し、狭義の意味で使う場合には文脈に応じて単に「比」あるいは「相関（関係）」とする。

んじて種明かしされていた。この点を念頭に置きながら以下テキストの注釈に入ることにしよう。

**「量的比例関係」とは何か〔1〕～〔3〕**

「定量」の章の最後の段落〔14〕で登場した「量的比例関係」とは、二つの定量が関係することで質的規定態を獲得したものと定義されていた。それを受けて本章〔1〕ではまず「無限な定量」とは**「〔1〕③量的規定態と質的規定態という二つの契機の統一」**（179/299）であり、定量どうしの関係が一つの不変の（質的な）定量を生み出すが、それが量的な意味での比例関係であると規定される。

続く〔2〕、〔3〕はこの比例関係についての序論的な説明である。〔2〕では二つのことが述べられている。第一に、量的比例関係は定量に属するカテゴリーであるにもかかわらず自己に無関心な（いくらでも増減する）ものではない。狭義の「比」（a : b）においては、比を構成する一方の定量は他方の定量（ヘーゲルはこれをまだ「彼岸」などと言っているが、もはや無意味な表現である）と関係づけられており、したがって**「〔2〕①比のうちで定量はもはや無関心的な規定性をもっておらず、自分の彼岸へと端的に関係づけられたものとして、質的に規定されている」**（179/299）。「質的に規定されている」というのは、比とは一方の定量が或る特定の他方の定量との関係においてのみはじめて成立する独自の量であるから、他の定量とは質的に違った一個の規定態となっているということである（①‐③）。第二に、比例関係を構成する一方の定量は他の定量との関係の内において否定されてしまうのではなく、互いに規定しあうことによって自己を関係項の一方とし、したがって他の定量との相関関係のなかでのみ自己自身の存在を確証する。これは**「〔2〕④…自分の他在のうちで自己へ還帰する」**（同）と表現されている。そしてヘーゲルは言う。**「〔2〕⑤——或る定量は定量として自己を超え出ていく。しかしそれは、その定量がまさしく他の定量へと変化するのではなく、また自分の抽象的な他のもの、自分の否定的な彼岸へ変化するのでもない。そうではなく、自分の規定態へと**〔変化するのである〕**。定量は、或る他の定量であるところの自分の彼岸のうちに自己自身を見出す」**（同）。例えば 5ℓ（リットル）の水は他の定量（「彼岸」）である 10ℓの水と関係づけられた場合、10ℓのなかに消えてしまうのではなく、「10ℓの半分」と規定され、一方 10ℓは「5ℓの 2 倍」と規定される。二つの定量は 1 : 2 という比の契機としてそれぞれが自分の存在のあり方を明確にする。

続く〔3〕で述べられるのは、第一に、以上のように規定されているということによっていまや定量は質的性格をもつようになっていること（①）、そして第二に、それにもかかわらず比例関係は量的であり続けることである（②・③）。なぜなら、一つの質的な関係を形成する二つの項は依然として定量だからである。2 : 10、8 : 40、214 : 1070 がすべて 1 : 5 という一個の質的統一に帰すとしても、それぞれの両項は単なる定量にとどまる。それゆえ第三に、比例関係とは質的なものと量的なものとの統一であるが、二つの項がまだ実在的に区別されていない直接的な統一であり、この関係のなかでそれぞれの定量はまさにその定量として存在していることが述べられる（〔3〕、④・⑤）。**「〔3〕⑤——質的なものと量的なものはここではまだ別々に分かれていない。質的なものは定量自身の質的なものであり、言いかえれば定量を定量にするゆえんのものである。」**（179/300）。例えば 2 : 3 という比に

おいては、3 に対して 2 であることによって 2 も質的な意味をもつのであるが、だからと言って 2 が定量でなくなるわけではなく、むしろ 3 に対して 2 という定量であるということそれ自体がその比の質的な性格を作っているのである。

以下、この量的比例関係が三つに分けて検討される。初版ではこの区分についての説明はなかったが、二版で加筆された。そこで以下ではこの区分について、最初に筆者の説明を述べ、／以下でヘーゲル自身の二版での説明に従って述べておく。二版での説明の特徴はその力点が「質的なものの成立過程」に置かれているところにある。

A.「直接的な比例関係」（正比例）：これは契機となる定量、つまり単位と集合数とがそれぞれ独立したままで関わりあいながら、一定の量的関係をとる場合であり、y=ax で表現できる。／正比例においてはまだ質的なものはそれだけでは現れておらず、**「量的な比例関係とは、自体的には外面性と自己自身への関係との矛盾、すなわち諸定量が存立していることとそれらが否定されていることとの間の矛盾である」**（2:311/186）。ここではいくらでも増減できるという外面性と、変化しない比例関係との間の矛盾が特徴として強調されている。

B.「反対の比例関係」（反比例）：これは両者が否定的（逆数の）関係として互いに関わり合う場合であり、$y=\frac{a}{x}$で表わすことができる。／正比例の矛盾はさしあたりここで解決されるが、それは**「一方の定量の否定そのものが他方の定量の変化のなかでともに…措定される」**（同）ことによってである。つまり x と y とは互いに逆数というかたちで連動しあって強く規定され、一つの不変の a という定量を作り上げる。これによって正比例ではバラバラであった各契機の関係がはっきりと立てられる。

C.「冪乗の比例関係」（冪比例）：これは相関関係を作る単位と集合数が一致する場合であり、$y=x^n$ のことである。／ここでは**「それらの〔定量の〕区別のなかで自己に関係する統一が、定量の単純な自己産出であることが打ち出される」**（同）。つまり単位としての定量 x が指数 n を規定していることが、定量の自己関係、すなわち一個の質として把握される。

こうしてヘーゲルは定量のなかに質を回復させ、「度量」へと移行させるのである。

**補論：「量的比例関係」の章の構成について**

「量的比例関係」の 3 つの節は存在論の三肢構造（①直接態－②区別－③媒介された直接態）を展開原理としてはおらず、むしろ『エンチクロペディー』のいわゆる「論理的なものの三つの側面」の論理（悟性的側面－弁証法的側面－理性的側面）で書かれている。正比例と反比例は媒介の二つ形態として、前者が直接態、後者が区別の側面ではなく、区別の側面の二形態となっている。すなわち正比例が悟性的側面で、反比例は弁証法的側面に当たるといっていいだろう。筆者としては、最初にまず「関数一般」を叙述し、それから 3 つの比例関係を述べるという、以下のような四肢的区分の方が適切であったのではないかと思う。

A　量的相関そのもの（相関の直接性）

B　a）正比例（悟性的側面）

　b）反比例（弁証法的側面）

C　冪比例（理性的側面）